

# Matematiikan perusopetuksen kehittämistoimia ja tulosten arviointia

Antti Rasila, Linda Havola, Pekka Alestalo, Jarmo Malinen  
& Helle Majander

Aalto-yliopiston perustieteiden korkeakoulu  
Matematiikan ja systeemianalyysin laitos

Antti.Rasila@iki.fi

## Tiivistelmä

Tässä artikkelissa arvioidaan Aalto-yliopiston perustieteiden korkeakoulussa vuodesta 2007 lähtien tehtyjen matematiikan opetuksen kehittämistoimenpiteiden tuloksia. Taustalla on ollut huoli opintojen alkuvaiheen viivästyisestä, joka usein liittyy peruskurssien suorittamatta jäämiseen. Tähän on pyritty vaikuttamaan esimerkiksi tarjoamalla ohjausta harjoitustehtävien ratkaisemiseen matematiikan ja fysiikan yhteisessä laskutuvassa, jossa opettaja (lehtori tai jatko-opiskelija) on paikalla vastaamassa opiskelijoiden kysymyksiin. Myös verkko-opetuksella on ollut suuri merkitys: jo muutamia vuosia on ollut käytössä perinteisiä laskuharjoituksia täydentävä verkkopohjainen järjestelmä STACK. Tässä artikkelissa tarkatellaan järjestelmän käyttöä yhdellä matematiikan peruskurssilla. Järjestelmällä on toteutettu myös matematiikan perustaitotesti, joka käsittelee 16 tehtävää lukion pitkän matematiikan eri aihealueista. Testin avulla kartoitetaan uusien opiskelijoiden lähtötasoa ja seurataan osaamisessa tapahtuvia muutoksia. Artikkelissa tarkastellaan tehtyjen toimenpiteiden vaikuttavuutta ja verrataan niitä muista yliopistoista saatuihin tuloksiin.

Tässä artikkelissa tarkastellaan Aalto-yliopiston perustieteiden korkeakoulussa (aiemmin Teknillinen korkeakoulu) vuosina 2007–2011 tehtyjä matematiikan perusopetuksen kehitystoimenpiteitä sekä näiden toimenpiteiden vaikuttavuutta esimerkkikurssien tulosten kautta. Aineistona käytetään ensimmäisen vuoden kurseja S1, P2 ja L2, jotka on suunnattu sähkö-, kemian- ja rakennustekniikan sekä perusaineiden laajan oppimäärän opiskelijoille. Kurssin nimessä oleva kirjain viittaa koulutusohjelmaan (esimerkiksi S sähköön). Pakollisia matematiikan kursseja on koulutusohjelmassa kolme. Matema-

tiikalla on keskeinen rooli kaikissa insinööriopinnoissa, joten artikkelin tuloksia voitaneen yleistää koskemaan myös muita koulutusohjelmia kuten tietotekniikkaa.

Perusopetuksen kehittämisen tavoitteena on opintojen nopeuttaminen tinkimättä opetuksen laadullisista vaatimuksista. Erityisiä ongelmia ovat uusien opiskelijoiden varsin epätasainen matematiikan osaaminen ja alhainen osallistumisaktiivisuus opintojen alkuvaiheessa [10, 22]. Liian monet opiskelijat eivät läpäise peruskursseja ajallaan [6]. Ratkaisuja on etsitty opiskelijoita tukevista ja opiskelun joustavuutta lisäävistä toimenpiteistä, joi-

den vaikutuksia on kartoitettu tilastollisin selvityksin. Tärkeimpiä uudistuksia ovat automaattisesti tarkastettavat verkkopohjaiset harjoitustehtävät, laskutupoiminta ja uusien opiskelijoiden perustaitotestaus [3, 7, 8, 16, 25, 27]. Samalla kontaktiopetusta on viety opiskelijoita yksilöllisemmin huomioivaan suuntaan ja etsitty menetelmiä tukitoimenpiteiden kohdentamiseen [1, 9]. Perusopetuksen kehittämässä ja seurannassa on myös pyritty laajaan yhteistyöhön. Yhteistyökumppaneita ovat Tampereen teknillinen yliopisto (TTY), Birminghamin yliopisto ja Baijerin virtuaaliyliopisto (Virtuelle Hochschule Bayern; VHB) [31].

## 1 Menetelmät ja tutkimusongelmat

Tärkeimmät tutkittavat kysymykset ovat:

1. Mikä on insinööriopiskelijoiden matematiikan osaamisen lähtötaso, ja mitä eroja on vuosikurssien sekä koulutusohjelmien välillä?
2. Missä määrin opiskelijoiden lähtötaso ja osallisuusaktiivisuus perinteisiin sekä verkkopohjaisiin harjoituksiin ennakoivat menestystä ensimmäisen vuoden matematiikan opinnoissa?
3. Tavoittavatko toimenpiteet myös opinnoissaan heikosti menestyviä opiskelijoita?
4. Miten opiskelijat kokevat toteutetut kehittämistoimenpiteet?

Ensisijainen motivaatio tutkimukseen on käytännöllinen: tavoitteena on parantaa teknillisen matematiikan perusopetusta. Analyysiä varten on kerätty runsaasti tilastollista aineistoa opintomenestyksestä, mitä voidaan hyödyntää tutkimuksessa. Kyseessä on kokonaistutkimus, sillä tilastoinnin piirissä ovat olleet käytännössä kaikki uudet opiskelijat. Aineisto on

kerätty todellisesta opetuksesta, mikä tekee tutkimuksesta kattavan, mutta rajoittaa johtopäätösten tekemistä sopivan vertailuaineiston puuttuessa. Lähtökohtana käytetyt oppimistulosten arviointikriteerit ovat vakiintuneita, eikä niihin oteta kantaa tässä tutkimuksessa. Pääasiallisena menetelmänä ovat tilastollisesta aineistosta tehdyt havainnot. Tutkimuksen viitekehys on peruslähtökohdaltaan pragmatistinen [5].

## 2 Yliopistomatematiikan opetuksen tutkimus

Matematiikan didaktiikan tutkimus on keskittynyt koulumatematiikan opetukseen. Yliopistotasosta opetusta on tutkittu suhteellisen vähän, mutta joitakin esimerkkejä löytyy kirjallisuudesta. Minnesotan yliopistossa on tutkittu matematiikan opetuksen kehityshanketta, jonka painopisteenä ovat kriittisen ajattelun taidot [11]. Kokeilussa lisättiin muun muassa aktiivisen oppimisen, luentojen ja muiden pedagogisten metodien luovan käytön ja visuaalisten elementtien osuutta opetuksessa. On huomattava, että Aalto-yliopiston perustieteiden korkeakoulun laskutupoiminnassa on myös aktiivisen oppimisen tunnusmerkkejä, ja visuaalisia elementtejä on käytetty muun muassa kehitetyissä verkkomateriaaleissa. Minnesotan kokeilussa tuloksia onnistuttiin parantamaan: kokeiluryhmän opiskelijoista 96 % suoritti kurssin hyväksytysti, kun vastaava luku vertaisryhmässä oli 85 %. Myös kurssiarvosanojen keskiarvo oli korkeampi (kokeiluryhmällä 3,27 ja vertailuryhmällä 2,85). Kokeilun havaittiin antavan opiskelijoille aikaisempaa vahvemmat matemaattiset taidot, joita vaaditaan myöhemmillä tietotekniikan kursseilla. Myös halukkuus jatkaa matematiikan opiskelua oli kokeiluryhmässä suurempi. Opiskelijat pitivät tärkeänä henkilökohtaista vuorovaikutusta kurssin opet-

tajien kanssa, mikä toteutuu myös laskutuvassa. Pienryhmätoiminnan mahdollisuutta arvostettiin kuten myös esitietokoetta, jolla on yhtymäkohtia tässä esiteltyyn perustaitotestiin. [11]

Helsingin yliopistossa opetuskokeiluja on tehty esimerkiksi kursseilla Analyysi 1 ja Analyysi 2. Motivaationa on ollut suuri opintojen keskeyttämisprosentti, mihin syynä on pidetty yliopisto- ja lukiomatematiikan erilaisuutta. Painopisteitä ovat olleet luento-opetuksen interaktiivisuus, opiskelijoiden kannustaminen aktiivisempaan työskentelyyn sekä sisältöjen fokuoiminen keskeisimpiin aiheisiin. Opiskelijoille on myös tarjottu niin sanottua pajaopetusta, jossa opiskellaan pienryhmissä tavoitteena vertaisoppiminen. Ajatus on osittain sama kuin Aalto-yliopiston laskutuvassa. Laskutuvassa kukin opiskelija voi kuitenkin keskittyä eri kurssin opiskeluun. Helsingin yliopistossa on kehitetty myös verkko-opetusta, mutta ei laajassa mittakaavassa [19, 20].

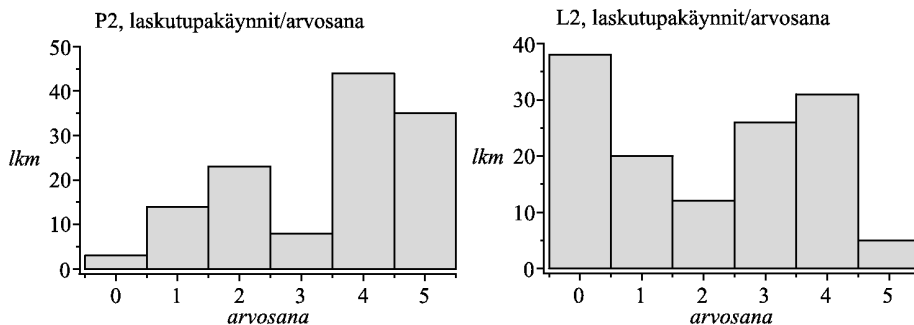
Kotimainen matematiikan verkko-opetukseen liittyvä laajempi tutkimus on Mika Niemisen [18] väitöstyö, jossa käsitellään yliopistomatematiikan verkko-opetusta — ei kuitenkaan interaktiivisia verkkotehtäviä. Tutkimuksessa arvosanoja vertailtiin kovarianssianalyysillä: loppukokeen tulokset skaalattiin toisiaan vastaaviksi osiovastateoriolla (IRT, item response theory). Verkkokurssin opiskelijoiden ja perinteiseen luento-opetukseen osallistuneiden tuloksissa ei havaittu tilastollisesti merkitsevää eroa. Verkkoa käyttäen saavutettiin kuitenkin yhtä hyviä tuloksia joustavammin ja resursseja säästämällä [18]. Aalto-yliopiston kokemukset ovat samansuuntaisia, mutta kattavaa seuranta tutkimusta asiassa ei ole toistaiseksi tehty. Resurssisäästöt syntyvät etenkin mekaanisten töiden, kuten palautettujen harjoitustehtävien korjaamisen, pisteiden

kirjaamisen ja tulosten arkistoinnin vähenemisestä.

### 3 Laskutupoiminta

Käytännön opetustyötä tekeväälle tulee varsin pian selväksi, että tietokoneavusteiset menetelmät eivät vähennä kontaktiopetuksen kysyntää vaan pikemminkin päinvastoin. Useissa yliopistoissa hyväksi havaittu käytäntö opiskelijoiden ohjaamisessa on matematiikan opetuksen laskutupa. Laskutuvan tavoitteena on antaa opiskelijoille mahdollisuus esittää kysymyksiä ja saada asiantuntevaa apua laskuharjoitusten ratkaisemiseen. Aalto-yliopiston laskutupa on tarkoitettu kaikille, joten kysymys ei ole varsinaisesta tukiopetuksesta. Lähes vastaavaa järjestelyä kutsutaan Helsingin yliopistossa laskupajaksi ja Oulun yliopistossa tuutorituvaksi. Toteutuksessa on henkilöstön ja opiskelijoiden rooleihin liittyviä eroja. Myös Tampereen teknillisessä yliopistossa on kehitetty laskutupaa muistuttavaa matematiikkaklinikkaa, jonka ensisijaisena tarkoituksena on kuitenkin antaa tukiovetusta heikosti menestyville opiskelijoille [26].

Laskutupaa kokeiltiin ensimmäisen kerran Aalto-yliopistossa (silloinen Teknillinen korkeakoulu, TKK) 2000-luvun alussa kahdella matematiikan kurssilla [1]. Toiminta oli aluksi pienimuotoista, ja sille oli varattu aikaa vain 2–4 tuntia viikossa. Syksyllä 2008 laskutuville saatiin edustavalla paikalla sijaitsevat tilat TKK:n päärakennuksessa. Laskutupaa ryhdyttiin järjestämään yhteistyössä fysiikan perusopetuksen kanssa, ja päivystysaikoja lisättiin 2–7 tuntiin päivässä. Korotetun profiilin laskutupa osoittautui alusta alkaen suosituksi, ja syksyllä 2009 laskutupa saikin ylioppilaskunnan (TKY) myöntämän ”erityismaininnan opetuksen kehittämisestä ja opiskelijaläheisestä opetuksesta”. Laskutupaan liittyvää positiivista palau-



**Kuva 1:** P2- ja L2-kurssien laskutupa-aktiivisuuden ja arvosanojen yhteydet keväällä 2009

tetta tulee esiin kurssikyselyiden yhteydessä runsaasti.

Vaikka laskutuvan yksi tarkoitus on tukea tehtävien kanssa painiskelevia opiskelijoita, toimintaa ei ole suunnattu pelkästään tähän. Laskutupaikäynnit rekisteröidään nimilistoja keräämällä, mutta tupien ajoittaisen ruuhkautumisen takia tilastointi ei ole täydellistä. Laskutupaikäynnejä kirjattiin keväällä 2009 yhteensä 655, ja ainakin 60 opiskelijaa kävi laskutuvassa vähintään kerran viikossa. Tilastoista ilmenee, että huomattava osa laskutuvassa kävijöistä menestyy hyvin etenkin insinööriinjojen matematiikan kurseilla. Laajan matematiikan opiskelijoiden osalta tilanne on päinvastainen (kuva 1). On mahdollista, että opiskelijat saavat parhaita arvosanoja nimenomaan laskutupaikäyntiensä ansiosta, mutta todennäköisempi vaihtoehto lienee se, että hyvin menestyvät opiskelijat ovat tässäkin suhteessa muita aktiivisempia. Tämän asian perinpohjainen selvittäminen vaatisi nykyistä kattavampaa tilastointia ja faktorianaalysin soveltamista.

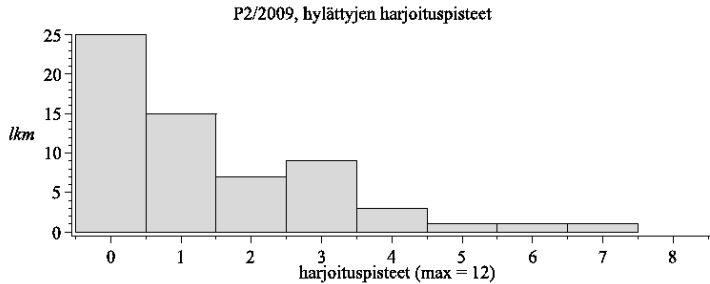
Osallistumisaktiivisuuden yhteyttä tuloksiin selittää myös P2-kurssilla hylättyjen opiskelijoiden harjoitusaktiivisuus (kuva 2). Kurssilla oli 375 opiskelijaa, kolme välikoetta, ja vähintään yhteen välikokeeseen osallistuneista hylättyjä oli

18%. Noin puolet hylätyistä (25 opiskelijaa) ei osallistunut yhteenkään kurssin laskuharjoitukseen. Tulos ei poikkea saman kurssin aikaisemmista kokemuksista [1].

#### 4 Automaattisesti tarkastettavat tehtävät

Aalto-yliopistossa on vuodesta 2006 lähtien ollut käytössä verkkopohjainen matemaattisten tehtävien laadinta- ja tarkastusjärjestelmä STACK. Sen alkuperäinen kehittäjä on Chris Sangwin Birminghamin yliopistosta [29, 30], mutta järjestelmää on edelleen kehitetty Aalto-yliopiston erityisvaatimusten mukaiseksi [7]. Saatuja kokemuksia on raportoitu julkaisuissa [4, 15, 24, 31]. Automaattisesti tarkastettavia tehtäviä voidaan käyttää verkkokurssin osana tai niillä voidaan täydentää perinteistä luentoihin ja harjoitusryhmiin pohjautuvaa opetusta. Tekniikan avulla voidaan tarjota joustavia, yksilöllisiä ja opiskelijakeskeisiä harjoittelumuotoja. Harjoitukset eivät ole ajasta ja paikasta riippuvia, vaan tehtävät tehdään verkon yli [17, 23, 24].

Tehtävät ovat yleensä satunnaistettuja, eli jokainen opiskelija saa ratkaistavakseen yksilöidyn tehtäväsarjan. Ratkaisua ei siis voi kopioida muilta opiskelijoilta tai edellisvuotisista malliratkaisuista. Rat-



**Kuva 2:** P2-kurssilla hylättyjen opiskelijoiden laskuharjoituspisteet keväällä 2009

kaisujen kopioiminen on ollut opetushenkilöstön kokemusten mukaan peruskursi-  
opetuksessa vakava ongelma. Järjestelmän erityinen etu on, että opiskelijat saavat ratkaisustaan välitöntä ja objektiivista palautetta. Palaute on anonymia, eikä siihen liity suoraa sosiaalista painetta kuten tauluharjoituksissa. Jos ratkaisu osoittautuu vääräksi, tehtävää voi yrittää uudelleen. Tehtävien palauttaminen tapahtuu verkossa, ja harjoituksia voi tehdä annetun aikarajan puitteissa silloin, kun se parhaiten sopii [23]. Yleensä tehtäviä on käytetty Aalto-yliopistossa perinteisen kurssin osana, mutta esimerkiksi syksyllä 2008 järjestettiin englanninkielinen matematiikan peruskurssi, jonka pystyi suorittamaan lähes kokonaan (tenttiä lukuunottamatta) verkon välityksellä [3].

## 5 Automaattisesti tarkastettavien tehtävien toteuttaminen

Twining [32] jakaa tietokoneavusteisen opetuksen kolmeen kategoriaan: tukeva, laajentava ja muuttava. Tietokoneet tukevat oppimista, kun oppimisen sisältö ja oppimisprosessi pysyvät samana, mutta oppimisprosessia tehostetaan tietokoneiden avulla. Laajentaminen tarkoittaa sitä, että sisältö tai oppimisprosessi muuttuu,

mutta muutos olisi onnistunut myös ilman tietokonetta. Tietokone muuttaa oppimista silloin, kun sisältö tai oppimisprosessi muuttuu, eikä muutoksia voi tehdä ilman tietokonetta [14, 32]. STACK-tehtävien lasketaan kuuluvan muuttavaan kategoriaan, vaikka muutos voisi periaatteessa onnistua ilman tietokonettakin, mutta se olisi hankalaa. Aalto-yliopistossa on kokeiltu myös GeoGebra-ohjelmistolla toteutettuja animaatioita, jotka kuuluvat oppimista muuttavaan ryhmään [3].

STACK-tehtävät voidaan luokitella kolmeen eri kategoriaan: A) yksinkertaiset, B) keskustelevat ja C) ohjaavat tehtävät, joista ensimmäinen tehtävätyyppi vastaa parhaiten perinteistä laskutehtävää. Yksinkertaisissa tehtävissä opiskelijan on kirjoitettava vastaus koneen ymmärtämässä matemaattisessa muodossa, jonka syntaksi muistuttaa symbolisen laskimen käyttämää. Tällä tavoin opiskelija tutustuu samalla matemaattisen laskentaohjelman käyttöön, mikä on tekniikan opinnoissa hyödyllistä. Tehtävä arvostellaan oikein/väärin -periaatteella. Yksinkertaisten tehtävien laatiminen on nopeaa ja suoraviivaista, ja tietotekniikkaa tunteva opettaja kykenee laatimaan tällaisia tehtäviä muiden työtehtäviensä ohessa.

Keskustelevassa tehtävätyypissä opiskelijalle esitetään oikeita ja vääriä väit-

teitä, tai opiskelijan tulee itse esittää väite. Tällaisia tehtäviä ovat mm. monivalintatehtävät, mutta opiskelijalta voidaan myös kysyä vaikkapa esimerkkiä parillisesta funktiosta. Erilaisia oikeita vastauksia voi olla useita, ja opiskelija saa palautetta vastauksensa mukaisesti. Jos hän on antanut yksinkertaisen esimerkin, voidaan palautteena antaa esimerkki monimutkaisemmasta vaihtoehdosta tai toisinpäin. Joskus arvaamallakin voi saada oikean tuloksen, etenkin jos kyseessä on monivalintatehtävä. Keskustelevaa tehtävyyttä onkin järkevintä käyttää erilaisien ilmiöiden selitys- tai ymmärtämistehtävissä; ei niinkään yksinkertaisissa laskutehtävissä.

Ohjaavien tehtävien toteuttaminen edellyttää yleensä tietotekniikan käyttöä. Tämän tyypisissä tehtävissä opiskelijalle annetaan vihjeitä ja ohjausta ratkaisuprosessin eri vaiheissa. Kyseessä voi esimerkiksi olla täydennystehtävä, jossa pyydetään myös laskun välivaiheita ja joista annetaan yksilöllistä palautetta. Ohjaavien tehtävien tuottaminen STACK-järjestelmällä johtaa usein työlääseen ohjelmointi- ja testaustyöhön. Tehtävää laadittaessa ei ole helppoa arvata ennalta kaikkia mahdollisia virhetyyppisiä, ja tehtävän tarkistusalgoritmia voi hyvinkin joutua korjaamaan ensimmäisen käyttökerran kokemusten perusteella. Opiskelijoiden antamien vastausten avulla saadaan myös pedagogisesti hyödyllistä tietoa ongelmanratkaisuprosessista. Toisin kuin aikaisempien tehtävyyppien toteutuksessa, ohjaavat tehtävät edellyttävät käytännössä erillistä tehtävien kehittäjää kurssin opettajan rinnalle. Erityisesti tehtävänantojen satunnaistaminen edellyttää syvällistä perehtymistä matematiikkaan ja algoritmeihin.

## 6 STACK-tehtävien käyttö matematiikan peruskurssilla

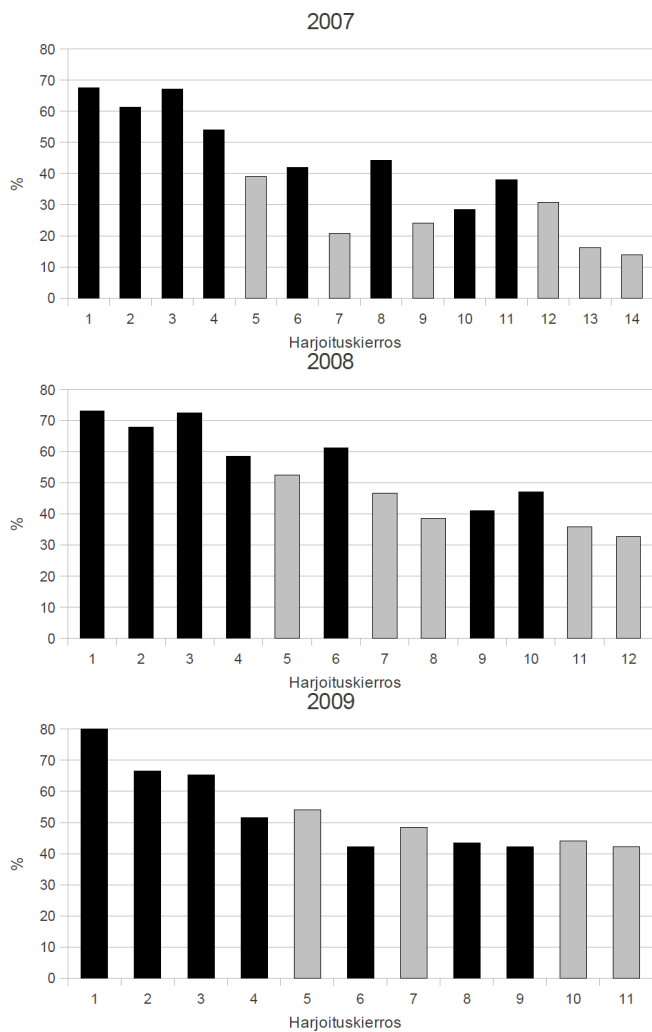
Matematiikan peruskurssi S1:llä STACK-tehtäviä on käytetty vuodesta 2007 alkaen. Tehtävissä käytetään järjestelmän kehittyneimpiä ominaisuuksia kuten satunnaistamista ja niin kutsuttua keskustelua tehtävyyttä.

Kuvassa 3 esitetään opiskelijoiden aktiivisuutta kurssilla käytettyjen STACK-tehtävien ja palautettavien tehtävien osalta syksyjen 2007–2009 S1-kurssilla. Automaattisesti palautettavien tehtävien suosio on samaa luokkaa kuin perinteisten tehtävien. Molempien tehtävyyppien osallistumisaktiivisuus laskee kurssin edetessä, mikä on yleinen ilmiö yliopisto-opinnoissa. Näyttää kuitenkin siltä, että opiskelijat ovat aktivoituneet ratkaisuun enemmän harjoitustehtäviä vuosien mittaan (taulukko 1). Kuvassa 4 on esitetty arvosanjakaumat viiden vuoden ajalta. Kurssin sisältö, luennoitsija ja arvosteluperusteet ovat säilyneet samoina, ainoa merkittävä muutos on STACK:in käyttöönotto vuonna 2007.

## 7 Perustaitotesti

Uusille opiskelijoille on tehty vuosina 2008–2011 perustaitotesti, joka on toteutettu STACK-järjestelmällä. Kysymykset perustuvat TTY:ssä vuodesta 2002 lähtien käytössä olleeseen vastaavaan testiin. Päämääränä on löytää ne opiskelijat, jotka tarvitsevat tukea matematiikan opinnoissaan. Perustaitotesti on kokeilumuotoisesti tehty myös muissa yhteistyöyliopistoissa, kuten Jyväskylän, Oulun, Tampereen, Turun ja Vaasan yliopistoissa. Aalto-yliopiston perustaitotestin tuloksia on raportoitu julkaisuissa [8, 31]. Tuloksissa on ollut merkittäviä eroja eri koulutusohjelmien ja yliopistojen välillä.

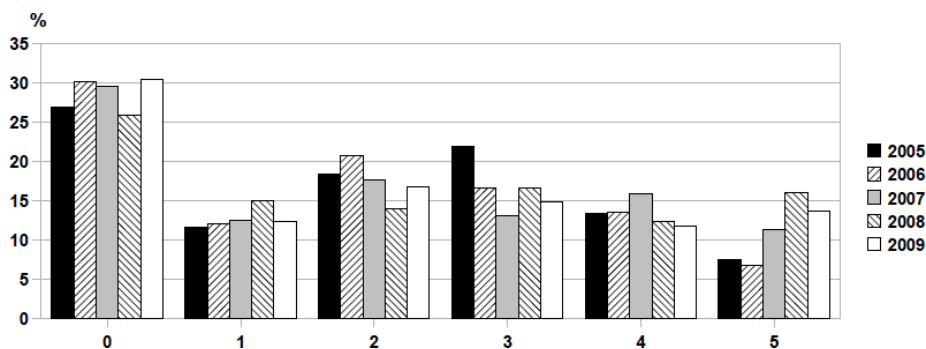
Perustaitotestin perusteella osalla Aalto-yliopiston opiskelijoista on suuria



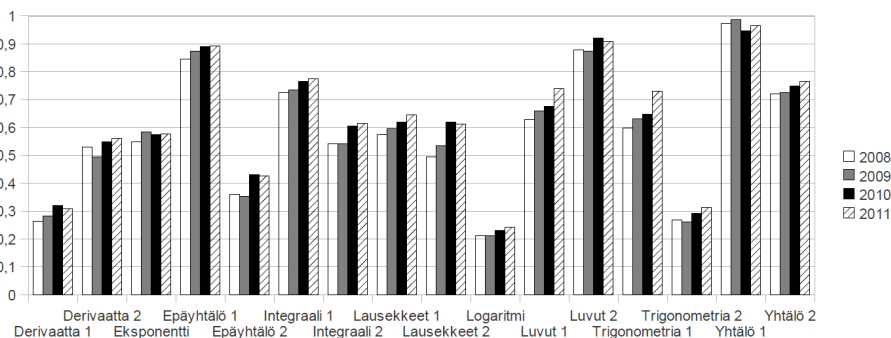
**Kuva 3:** STACK-tehtävät (musta) ja perinteiset palautettavat tehtävät (harmaa) ratkaisseiden osuus kurssin opiskelijoista eri harjoituskierroksilla vuosina 2007–2009. Harjoituskierrosten määrä on vaihdellut vuosittain, mutta varsinainen asiasisältö on pysynyt samana.

	0	1	2	3	4	5
2007	11,60	17,97	33,02	31,19	64,04	79,68
	3,78	7,77	20,19	9,40	26,84	61,61
2008	13,20	23,62	36,55	49,56	65,60	74,89
	4,79	13,56	16,15	28,85	56,81	58,44
2009	14,62	23,28	38,78	49,53	51,16	78,32
	3,77	10,00	29,20	50,48	68,22	92,48

**Taulukko 1:** Ratkaistujen tehtävien prosentuaalinen osuus kaikista kurssin (vapaaehtoisista) harjoituksista vuosina 2007–2009 arvosanojen mukaisesti ryhmiteltynä. Yllä STACK-tehtävät ja alla perinteiset tehtävät.

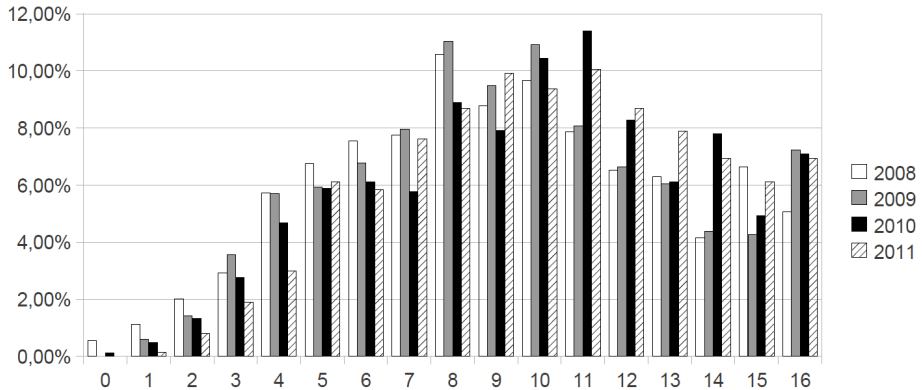


**Kuva 4:** Kurssin S1 arvosanjakauma vuosina 2005–2009



**Kuva 5:** Vuosien 2008 (N=889), 2009 (N=843), 2010 (N=833) ja 2011 (N=736) matematiikan perustaitotestin tehtäväkohtaiset pistemäärät, palkin korkeus kuvaa tehtävästä saatua pistemäärää (maksimi 1)





**Kuva 6:** Vuosien 2008–2011 matematiikan perustaitotestin pistejakaumat, palkin korkeus kuvaa suhteellista osuutta

puutteita esimerkiksi symbolisten murto-lausekkeiden, logaritmien ja trigonometristen lausekkeiden käsittelyssä (kuva 5). Ongelmakohdat näyttävät olevan samankaltaisia muissa yliopistoissa [31]. Aalto-yliopiston opiskelijoiden testin kokonaispisteiden keskiarvo on noussut hieman vuosien saatossa (kuva 6). Perustaitotestin tulokset ennustavat menestystä peruskursseilla melko huonosti. Näyttäisi kuitenkin siltä, että heikoimmin perustaitotestissä selvinneet (alle 4 pistettä) menestyvät heikosti myös peruskursseilla, mutta muiden opiskelijoiden kohdalla yhteys ei ole selvä [8].

Peruslaskutaidoissa esiintyvät puutteet on havaittu myös kansainvälisesti. Esimerkiksi Coventryn yliopistossa (Iso-Britannia) matematiikan lähtötaso on laskenut vuosien 1991–2001 välisenä aikana [13]. Pidemmän aikavälin tutkimusta on tarkoitus suorittaa myös Aalto-yliopistossa käyttäen perustaitotestiä uusien opiskelijoiden testaukseen myös jatkossa. Sen avulla muun muassa seurataan mahdollisia muutoksia opiskelijoiden lähtötasossa.

Monet aikaisemmin käytössä olleet diagnostiset testit ovat sisältäneet perinteisiä monivalintatehtäviä [2, 13]. Tällaisten tehtävien käyttö mahdollistaa sen, että tehtävien oikeat vastaukset leviävät opiskelijoiden keskuudessa mikäli samaa testiä käytetään vuodesta toiseen. Vilpin riskiä voidaan vähentää käyttämällä satunnaistettuja tehtäviä.

## 8 Lukiomatematiikan kertauspaketti

Yksi selitys heikoille perustaidoille voi olla lukion jälkeinen välivuosi. Perustaidoiltaan heikkojen opiskelijoiden auttamiseksi on laadittu lukiomatematiikan kertauspaketti Pikku-M [12] sekä siihen liittyvä STACK-tehtäväpaketti. Laskutehtävät perustuvat TTY:ssä jo vuosia käytössä olleeseen Jumppa-pakettiin [21]. Materiaalin tarkoituksena ei ole toistaa lukiokirjojen käsittelyä vaan esittää asiat tiiviimmin ja toisesta näkökulmasta. Kertauspaketti otettiin käyttöön syksyllä 2009, mutta vaikuttavuutta varsinaiseen kohderyhmään on tässä vaiheessa vaikea arvioida. Kertaustehtävät ovat herättäneet kiin-

nostusta muuallakin, ja niitä on kokeiltu eräiden lukioiden pitkän matematiikan kertauskursseilla lukuvuonna 2008–2009. Avoimen lähdekoodin ohjelmistona STACK on kaikkien halukkaiden käytössä, mutta sen asentaminen ja käyttöönotto edellyttää tietotekniikan hallintaa. Vastavaa kouluopetukseen soveltuvaa materiaalia tarjoavat myös eräät kaupalliset yritykset.

## 9 Johtopäätökset

Tietokoneavusteiset menetelmät ovat hyödyllisiä matematiikan opetuksessa, mutta ne eivät yksin riitä kaikkiin opetuksen tarpeisiin. Niiden lisäksi tarvitaan yksilöllistä kontaktiopetusta, jota on mahdollista antaa esimerkiksi laskutuvassa. Opiskelijapalaute ja opettajien kokemukset molemmista ovat olleet hyviä: laskutupa ja tietokoneavusteiset menetelmät tukevat hyvin toisiaan. Toistaiseksi tukitoimenpiteillä on onnistuttu aktivoimaan lähinnä kursseilla paremmin menestyneitä opiskelijoita, mutta syy ja seuraus eivät vielä ole täysin selvillä. Tätä asiaa voidaan paremmin tutkia sitten, kun tilastoja on kerätty useammalta vuodelta. Joitakin merkkejä oppimistulosten parantumisesta on kuitenkin raportoitu. Aalto-yliopiston sähkötekniikan opiskelijoiden ensimmäisen vuoden matematiikan peruskurssin läpäisyosuus on kasvanut tilastollisesti merkittävästi STACK-järjestelmän käyttöönoton jälkeen [28]. Perustaitotestin tulokset viittaavat siihen, että tietyn kynnyksen saavuttanut opiskelija voi omalla toiminnallaan olennaisesti vaikuttaa menestykseensä peruskursseilla. Kaiken kaikkiaan kehittämistoimenpiteiden tulokset ovat olleet hyödyllisiä, ja niiden vaatimat lisäresurssit ovat pysyneet kohtuullisina suhteessa opiskelijamääriin.

## Viitteet

1. Alestalo, P. (2003). Perusmatematiikka massakurssilla. Teoksessa Yanar, A. (toim.), *Yooppia ikä kaikki! YOOP2001-kurssin oman opetuksen kehittämishankkeet* (s. 30–35). Teknillinen korkeakoulu, Opetuksen ja opiskelun tuki.
2. Armstrong, P. K. & Croft, A. C. (1999). Identifying the Learning Needs in Mathematics of Entrants to Undergraduate Engineering Programmes in an English University. *European Journal of Engineering Education*, 24(1): 59–71.
3. Blåfield, L. (2009). Matematiikan verkko-opetus osana perusopetuksen kehittämistä Teknillisessä korkeakoulussa. Pro gradu -tutkielma. Helsingin yliopisto.
4. Blåfield, L., Majander, H., Rasila, A. & Alestalo, P. (2010). Verkkotehtäviin pohjautuva arviointi matematiikan opetuksessa. Teoksessa Viteli, J. & Östman, A. (toim.), *Tuovi 8: Interaktiivinen tekniikka koulutuksessa 2010 -konferenssin tutkijataapaamisen artikkelit* (s. 98–103). <http://tampub.uta.fi/tulos.php?tiedot=357> (haettu 5.12.2011).
5. Creswell, J.W. (2009). *Research Design Qualitative, Quantitative and Mixed Methods Approaches*. SAGE.
6. Erkkilä, M. & Valovirta, T. (2007). Lukuvuoden 2006–2007 rekisteriaineiston tarkastelu: opintojen eteneminen ensimmäisenä ja toisena läsnäololukuvuonna. [http://opetuki2.tkk.fi/p/opintojenseuranta/documents/rekisteriaineistoraportti\\_2006-2007.PDF](http://opetuki2.tkk.fi/p/opintojenseuranta/documents/rekisteriaineistoraportti_2006-2007.PDF) (haettu 5.12.2011).
7. Harjula, M. (2008). Mathematics Exercise System with Automatic Assessment. Diplomityö. Teknillinen korkeakoulu.
8. Havola, L. (2011). New engineering students' learning styles and basic skills in mathematics. Teoksessa Silfverberg, H. & Joutsenlahti, J. (toim.), *Tutkimus suuntaamassa 2010-luvun matemaattisten aineiden opetusta. Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksen päivät Tampereella 14.-15.10.2010* (s. 117–130)
9. Havola, L., Majander, H., Hakula, H., Alestalo, P. & Rasila, A. (2011). Ak-

- tivoiviin opetusmenetelmiin perustuvat matematiikan opetuskokeilut Aalto-yliopistossa. Teoksessa Viteli, J., Östman, A. (toim.) *Tuovi 9: Interaktiivinen tekniikka koulutuksessa 2011 -konferenssin tutkijatapaamisen artikkelit* (s.5–9) <http://tampub.uta.fi/tulos.php?tiedot=441>
10. Helsingin Sanomat (2.12.2008). Tekniikan opinnot viivästyvässä valtaosalla.
  11. Keynes, H.B. & Olson, A.M. (2000). Redesigning the calculus sequence at a research university: issues, implementation, and objectives. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 31(1): 71–82.
  12. Kivelä S.K., Lehtinen, E. & Tyrväinen, S. (2009). Pikku-M lukiomatematiikan kertauspaketti. <http://matta.hut.fi/PikkuM> (haettu 5.12.2011).
  13. Lawson, D. (2003). Changes in student entry competencies 1991–2001. *Teaching Mathematics and its Applications*, 22(4): 171–175.
  14. Lynch, J. (2006). Assessing Effects of Technology Usage on Mathematics Learning. *Mathematics Education Research Journal*, 18(3): 29–43.
  15. Majander, H. (2010). Tietokoneavusteinen arviointi kurssilla Diskreetin matematiikan perusteet. Pro gradu -tutkielma. Helsingin yliopisto.
  16. Majander, H. & Rasila, A. (2011). Experiences of continuous formative assessment in engineering mathematics. Teoksessa *Tutkimus suuntaamassa 2010-luvun matemaattisten aineiden opetusta. Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksen päivät Tampereella 14.-15.10.2010* (s.196–213)
  17. Nevgi, A., Kurhila J. & Lindblom-Ylänne, S. (2003). Kohti virtuaalisia oppimisympäristöjä. Teoksessa S. Lindblom-Ylänne & A. Nevgi (toim.), *Yliopisto- ja korkeakouluopettajan käsikirja* (s. 376–402). Helsinki: WSOY.
  18. Nieminen, M. (2008). Ilmavoimien kadetit verkossa — Kokemuksia verkkopohjaisen oppimisympäristön käytöstä matematiikan perusopetuksessa. Väitöskirja, Jyväskylän yliopisto, Fysiikan laitos. <https://jyx.jyu.fi/dspace/handle/123456789/18739> (haettu 5.12.2011).
  19. Oikkonen, J. (2009). Ideas and results in teaching beginning math students. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 40(1): 127–138.
  20. Oikkonen, J. (2010). Esitys Analyysin Moodle — sulautuvaa matematiikan opetusta Helsingin yliopiston Valtiotieteellisen tiedekunnan Sulautuva opetus — Blended learning 2010 -seminaarissa 11.3.2010.
  21. Pohjolainen, S., Raassina, H., Silius, K., Huikkola, M. & Turunen, E. (2006). TTY:n insinöörimatematiikan opiskelijoiden asenteet, taidot ja opetuksen kehittäminen. Tampereen teknillinen yliopisto Matematiikan laitos. Tutkimusraportti 84.
  22. Rantanen, E. & Liski, E. (2009). *Valmiiksi tavoiteajassa. Teknillistieteellisen alan opiskelijoiden opintojen eteneminen ja opiskelukokemukset tekniikan kandidaatin tutkinnossa*. Teknillisen korkeakoulun Opetuksen ja opiskelun tuen julkaisuja 3/2009. <http://lib.tkk.fi/Raportit/2009/isbn9789512297740.pdf> (haettu 5.12.2011).
  23. Rasila, A. (2007). Automaattisesti tarkastettavat tehtävät matematiikan opetuksessa. Teoksessa Viteli, J. & Kaupinmäki, S. (toim.), *Tuovi 5: Interaktiivinen tekniikka koulutuksessa 2007 -konferenssin tutkijatapaamisen artikkelit* (s. 27–32). Tampereen yliopisto. <http://tampub.uta.fi/tup/978-951-44-7202-2.pdf> (haettu 5.12.2011).
  24. Rasila, A., Harjula, M. & Zenger, K. (2007). Automatic assesment of mathematics exercises: Experiences and future prospects. Teoksessa Yanar A. & Saarela-Kivimäki K. (toim.) *Reflektori 2007 tekniikan opetuksen symposium* (s. 70–80). Teknillinen korkeakoulu.
  25. Rasila, A., Havola, L., Majander, H., & Malinen, J. (2010). Automatic assessment in engineering mathematics: evaluation of the impact. Teoksessa Myller, E. (toim.)

- ReflekTori 2010 tekniikan opetuksen symposium* (s. 37–45). Aalto-yliopiston teknillinen korkeakoulu.
26. Rautiainen, E. (2010). Oppimista tukeva pienryhmätoiminta matematiikassa. Diplomityö. Tampereen teknillinen yliopisto.
  27. Ruokokoski, J. (2009). Automatic Assessment in University-level Mathematics. Diplomityö. Teknillinen korkeakoulu.
  28. Ruutu, J. (2010). Tietoliikennetekniikan fuksiopintojen edistyminen ja edistäminen - Uusi opiskelija osaksi tiedeyhteisöä. Diplomityö. Aalto-yliopisto.
  29. Sangwin, C. (2004). Assessing mathematics automatically using computer algebra and the internet. *Teaching Mathematics and its Applications*, 23(1): 1-14. <http://web.mat.bham.ac.uk/C.J.Sangwin/Publications/tma03.pdf> (haettu 5.12.2011).
  30. Sangwin, C. (2007). STACK: Making many fine judgements rapidly. CAME. <http://www.lkl.ac.uk/research/came/events/CAME5/CAME5-Theme3-Sangwin.pdf> (haettu 5.12.2011).
  31. Silius, K., Miilumäki, T., Pohjolainen, S., Rasila, A., Alestalo, P., Harjula, M., Malinen, J. & Valkeila, E. (2009). Perusteet kuntoon – apuneuvoja matematiikan opiskelun aloittamiseen. Teoksessa Viteli, J. & Östman, A. (toim), *Tuovi 7: Interaktiivinen tekniikka koulutuksessa 2009 -konferenssin tutkijatapaamisen artikkelit* (s. 95–103). Tampereen yliopisto. <http://tampub.uta.fi/tulos.php?tiedot=298> (haettu 5.12.2011).
  32. Twining, P. (2002). Conceptualising computer use in Education: Introducing the Computer Practise Framework (CPF). *British Educational Research Journal*, 28(1): 95-100.