

Kirjoita selvästi jokaiseen koepaperiin eri riveille

1. opintojakson nimi, välikokeen numero, päiväys
2. opiskelijanumero + kirjain, tekstaten sukunimi alleviivattuna, kaikki etunimet
3. koulutusohjelma (AS, KEM, KON, MAA, MAK, PUU, RYK, TFY, TIK, TUO, SÄH)
4. mahdolliset entiset nimet ja koulutusohjelmat
5. nimikirjoitus.

Tässä kokeessa on erityisen tärkeää perustella vastauksesi hyvin.

1. Olkoon K kunta ja V K -kertoimisten 2×2 -matriisien muodostama vektoriavaruus. Olkoon W_1 muotoa

$$\begin{pmatrix} x & -x \\ y & z \end{pmatrix} \quad (x, y, z \in K)$$

ja W_2 muotoa

$$\begin{pmatrix} a & b \\ -a & c \end{pmatrix} \quad (a, b, c \in K)$$

olevien matriisien joukko.

- (a) Ovatko W_1 ja W_2 V :n vektorialiavaruuksia?
 - (b) Määrää niiden joukkojen W_1 , W_2 , $W_1 + W_2$, $W_1 \cap W_2$ dimensiot, jotka ovat V :n vektorialiavaruuksia.
2. Olkoon P_3 enintään astetta 2 olevien yhden reaalimuuttujan reaalilukukertoimisten polynomien muodostama vektoriavaruus. Tarkastellaan kuvausta $A : P_3 \rightarrow P_3$,

$$p \mapsto \frac{d^2 p}{dx^2} - p.$$

- (a) Onko A lineaarinen kuvaus?
 - (b) Mikä on A :n ydin?
 - (c) Onko A isomorfismi?
3. (a) Määrääkö ehto

$$\langle x, y \rangle = x_1 y_2 + x_2 y_1, \quad x = (x_1, x_2), \quad y = (y_1, y_2)$$

sisätulon tasoon \mathbb{R}^2 ?

- (b) Määrääkö ehto

$$\|x\| = \max\{|x_1| + |x_2|, 2|x_1|\}, \quad x = (x_1, x_2)$$

normin tasoon \mathbb{R}^2 ?

4. Olkoon V äärellisulotteinen sisätuloavaruus ja $A : V \rightarrow V$ lineaarinen kuvaus. Osoita, että kuvauksen AA^* ominaisarvot ovat reaalisia ja ei-negatiivisia.