

Kirjoita selvästi jokaiseen koepaperiin eri riveille

1. opintojakson nimi, välikokeen numero, päiväys
2. opiskelijanumero + kirjain, tekstaten sukunimi alleviivattuna, kaikki etunimet
3. koulutusohjelma (AS, KEM, KON, MAA, MAK, PUU, RYK, TFY, TIK, TUO, SÄH)
4. mahdolliset entiset nimet ja koulutusohjelmat
5. nimikirjoitus.

1. Tarkastellaan funktiota  $f : \mathbb{C} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{C}$

$$f : z \mapsto \frac{1}{\bar{z}^2}.$$

- (a) Mille alueelle  $f$  kuvaa neljänneskiekon  $|z| < 1$ ,  $\pi < \arg z < \frac{3\pi}{2}$ ?
- (b) Onko  $f$  analyyttinen?
- (c) Onko  $f$  konforminen?

Perustele vastauksesi tarkasti.

2. Olkoon  $Q$  kompleksitason suljettu neliö. Osoita, että neliön pisteen  $z$  neliön kärjistä mitattujen etäisyyksien tulo saavuttaa maksiminsa neliön reunapisteessä.
3. Kuinka monta erilaista muotoa

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n z^n$$

olevaa sarjakehitelmää löytyy funktiolle

$$z \mapsto \frac{1}{1-z^2} + \frac{1}{3-z}?$$

Määrä näiden kehitelmien kertoimet ja pätevyysalueet.

4. Laske residylauseen avulla integraali

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{a^2 \sin^2 \theta + b^2 \cos^2 \theta}, \quad a, b > 0.$$