

Kirjoita selvästi jokaiseen koepaperiin eri riveille

1. opintojakson nimi, välikokeen numero, päiväys
2. opiskelijanumero + kirjain, tekstaten sukunimi alleviivattuna, kaikki etunimet
3. koulutusohjelma (AS, KEM, KON, MAA, MAK, PUU, RYK, TFY, TIK, TUO, SÄH)
4. mahdolliset entiset nimet ja koulutusohjelmat
5. nimikirjoitus.

1. Määrittele eksponenttikuvaus  $\mathbb{C} \mapsto \mathbb{C}$ . Näytä, että se on koko tasossa analyyttinen.
2. Olkoon  $\gamma(t) = (1 + i)t$ ,  $t \in [0, 1]$ . Laske integraalit

(a)  $\int_{\gamma} z dz$

(b)  $\int_{\gamma} |z| |dz|$ .

3. Olkoon  $f$  analyyttinen alueessa  $G$ , joka sisältää kiekon  $\bar{B}(a, r)$ . Olkoon  $n$  positiivinen kokonaisluku. Esitä yhtälö, jossa esiintyy derivaatta  $f^{(n)}(a)$  ja integraali

$$\oint_{S(a,r)} \frac{f(z)}{(z-a)^{n+1}} dz.$$

( $S(a, r)$  on  $a$ -keskinen  $r$ -säteisen kiekon reuna.) Laske tämän avulla integraali

$$\oint_Y \frac{\sin z}{z^2(z+2)} dz$$

yli yksikköympyrän  $Y$ . Kaikki integraalit otetaan positiiviseen kiertosuuntaan.

4. Määritä funktion

$$f(z) = \frac{\sin z}{1 + e^z}$$

Taylorin sarjan  $\sum_{n=0}^{\infty} c_n (z-1)^n$  suppenemissäde.