

Mat-1.1030 Matematiikan peruskurssi L3

2. välikoe 21.11.2006

Täytä selvästi *jokaiseen vastauspaperiin* kaikki otsaketiedot. Merkitse kurssikoodi-kohtaan opintojakson numero, nimi ja onko kyseessä tentti vai välikoe. Koulutusohjelmakoodit ovat ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

Laskimet ovat kiellettyjä.

1. Tarkastellaan korkeintaan toisen asteen polynomien muodostamaa avaruutta \mathbb{P}_2 ja sen kantaa $B = \{p_1, p_2, p_3\}$, missä

$$p_1(x) = x^2 - x, \quad p_2(x) = x^2 - 1, \quad p_3(x) = x^2 + x.$$

Määää kuvauksen $L : \mathbb{P}_2 \rightarrow \mathbb{P}_2$,

$$Lp(x) = xp'(1-x)$$

matriisi tämän kannan suhteen.

2. Ratkaise $\min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{Ax} - \mathbf{b}\|_2$, kun

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \\ -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{ja} \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

3. Etsi matriisin

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

ominaisarvot. Onko \mathbf{A} diagonalisoituva?

4. Ratkaise differenssiyhtälö

$$\mathbf{x}^{k+1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}^k + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}^0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$