



Johdanto

Näiden harjoitusten tarkoituksena on tutustuttaa matemaattisten ohjelmistojen käyttöön. Pääpaino ei ole ongelmanratkaisussa, vaan yksinkertaisesti ohjelmien peruskäytön alkeiden opettelussa. Varsinaisen matematiikan opiskelun kannalta hyöty ei ehkä ole välitön; Välineen käytön opettelu on jo haaste sinänsä! Mutta, etenkin opintojen loppuvaiheessa tehokas ja vaivaton laskenta on (jopa!) edellytys onnistuneelle lopputulokselle. Paras hetki aloittaa harjoittelu on nyt.

Seuraavana on vuorossa Matlab, joka edustaa ns. numeerisia ohjelmistoja. Matlab on de facto standardin asemassa oleva ohjelmisto, jonka laskujen esitysmuotoa eli syntaksia käytetään laajasti mm. tieteellisen laskennan oppikirjoissa sekä edistyneemmässäkin materiaalissa.

Kurssimme osalta on tietenkin valitettavaa, että emme ole vielä ehtineet käsitellä matriisilaskua, josta Matlab ammentaa voimansa. Uskon, että ohjelmistoon tutustuminen on silti vaivatonta. Tehtävät on laadittu kurssimme sisällön ja edellisen viikon Maple-esimerkkien valossa.

Tehtävät on laadittu olettaen, että kurssin sivuilta saatavilla oleva Matlab-opas "MATLAB – Lempeä johdatus" on käsillä luokassa.

Tehtävät

ATK-keskuksen koneisiin on asennettu Matlabin versio 7. Normaalikäytön kannalta merkittävin uusi ominaisuus, jota ei Lempeässä johdatuksessa käsitellä, on anonyymien funktion käsite. Funktionaalisen ohjelmoinnin ystävät tuntevat anonyymit funktiot lambdoina.

Mistä on kyse? Tarkastellaan funktiota

$$f(x) = \frac{1}{2 + \sin x}, \quad x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right].$$

Vanhaan hyvään aikaan olisi pitänyt luoda tiedosto, jonka nimi olisi vastannut funktion nimeä. Tässä tiedoston nimi on kyy.m

```
function y=kyy(x)
% Tiedoston nimi on kyy.m
y = 1 ./ (2 + sin(x));
```

Integraali

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{2 + \sin x}$$

laskettaisiin nyt

```
quadl(@kyy, -pi/2, pi/2)
```

missä quadl on Matlabin uusi loistelias adaptiivinen yleisintegroitirutiini.

Anonyymi funktio ei tarvitse nimeä. Edellinen voidaan nyt kirjoittaa yhdellä rivillä

```
quadl(@(x) 1 ./ (2 + sin(x)), -pi/2, pi/2)
```

Jätäpä ' ' pois jakoviivan edestä. Millaisen virheilmoituksen saat?

TEHTÄVÄ 1 Laske määrättyt integraalit

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \arctan x \, dx \quad \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin x \, dx \quad \int_0^1 1 + x^2 \, dx.$$

Integrointi on siis lasten leikkiä. Vaan derivointipa ei niin helppoa olekaan! Derivaattoja on approksimoitava numeerisesti, symbolisia operaatioitahan ei ole käytössä. Toinen vaihtoehto on sopia jostain esitystavasta, joka mahdollistaa edes jotkin operaatiot. Komento `polyder` laskee polynomin derivaatan tarkasti, sillä polynomi annetaan vain potenssien kertoimina. Polynomi $p(x) = x$ on siis Matlabin esitysmuodossa vektori $p=[1 \ 0]$, koska tulkinta on $p(x) = 1 \cdot x^1 + 0 \cdot x^0$.

TEHTÄVÄ 2 Laske polynomien $p(x) = 1 + x^2 + x^4$ ja sini-funktion Maclaurinin polynomin $T_5(x, 0)$ derivaatat.

Tutustutaan lopuksi funktioiden kuvaajien piirtämiseen. Peruskomennot on esitetty Lempessä johdatuksessa.

TEHTÄVÄ 3 Approksimoi funktion $f(x) = \sin(x)$ derivaattaa (`diff`) välillä $x \in [0, 1]$ ja piirrä kuvaaja. Piirrä myös tarkka ratkaisu samaan kuvaajaan. Aloita `linspace`-komennon oletusarvopistemäärällä ja alenna sen jälkeen approksimaation piirtotarkkuutta, mutta piirrä tarkka ratkaisu aina alkuperäisellä tarkkuudella.