

Matematiikkaharjoitus to 3.5. 2018

Helpohkoja:

1. Onko olemassa funktiota $f: R \rightarrow R$ siten, että kaikilla reaalilla x ja y pätee $f(xy) = \max\{f(x), y\} + \min\{f(y), x\}$.
2. 48 laatikossa on yhteensä 23 palloa satunnaisesti jakautuneena. Lisätään seitsemän palloa kerrallaan siten, että ne voidaan jakaa eri laatikoihin. Onko mahdollista saavuttaa tilanne, jossa kaikki 48 laatikkoa sisältävät saman määrän palloja?

Vaativampia:

3. Olkoon p lähtöjoukkoon $\{1, 2, 3, \dots, m\}$ ja arvojoukkoon $\{1, 2, 3, \dots, 36\}$ määriteltyjen kuvausten lukumäärä. Vastaavasti olkoon q kuvausten lukumäärä lähtö- ja arvojoukoissa $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ ja $\{1, 2, 3, 4, 5\}$. Tässä m ja n ovat kokonaislukuja. Etsi pienin arvo lausekkeelle $|p - q|$.
4. Reaaliluvut a , b ja c ovat kaikki positiivisia ja $a + b + c = abc$. Osoita, että vähintään yksi luvuista on oltava suurempi kuin $17/10$. Vihje: jos haluat ratkaista tehtävän geometrialla, osoita ensin oikeaksi kolmion kulmien tangenttiyhtälö $\tan(\alpha) + \tan(\beta) + \tan(\gamma) = \tan(\alpha)\tan(\beta)\tan(\gamma)$.
5. Hieman analyysiä: määritä $\int \frac{1}{\sin(x)} dx$.