# Harjoitus 18.12.

1. $R$-säteisen ympyrän ympäri on piirretty suorakulmainen kolmio. Määrää sen pinta-ala, kun kolmion kateetti on $a$.

2. Laske tulo
$$\frac{2^3-1}{2^3+1}\cdot\frac{3^3-1}{3^3+1}\cdot\ldots\cdot\frac{16^3-1}{16^3+1}.$$

3. Määrää kaikki positiiviset kokonaisluvut niin, että luku
$$(n^3+39n-2)n!+17\cdot 21^n+5$$
on neliö (Makedonia 2017).

4. Olkoon $\Gamma$ ympyrä ja olkoon $A$ sen ulkopuolinen piste. Olkoot $B$ ja $C$ ympyrän kehän $\Gamma$ pisteitä niin, että $AB$ ja $AC$ ovat ympyrän $\Gamma$ tangentteja. Olkoon $P$ on ympyrän $\Gamma$ piste. Olkoot $D$, $E$ ja $F$ pisteet janoilta $BC$, $AC$ ja $AB$ niin, että $PD\perp BC$, $PE\perp AC$ ja $PF\perp AB$. Osoita, että $PD^2=PE\cdot PF$ (Paraguay 2008).

5. Jokainen luvuista $x_1,x_2,\ldots,x_n$ on joko 1 tai $-1$ niin, että summa
$$S=x_1x_2x_3x_4+x_2x_3x_4x_5+x_3x_4x_5x_6+\cdots+x_nx_1x_2x_3=0.$$
Näytä, että $n$ on luvun 4 monikerta.