

- 5.1** *Poisson-jakauman generoiva funktio.* Olkoon X Poisson-jakautunut satunnaismuuttuja parametrilla λ .
- Laske X :n todennäköisyydet generoiva funktio $G_X(s)$.
 - Mille s :n arvoille $G_X(s)$ on määritelty?
- 5.2** *Kahden Poisson-jakauman summa.* Olkoon $Z = X + Y$, missä X ja Y ovat riippumattomia Poisson-jakautuneita satunnaismuuttujia.
- Laske Z :n todennäköisyydet generoiva funktio.
 - Päättele a)-kohdan avulla, mikä on Z :n jakauma.
- 5.3** *Kauppaketjun varastonhallinta.* Ruokakauppaketjun keskusvarastoon tilataan kunkin kuukauden viimeinen päivä 1.5 miljoonaa tonnikalapurkkia sisältävä rekkakontti. Oletamme, että kukin tilattu rekkakuorma jää saapumatta todennäköisyydellä 10 %. Keskusvarastosta toimitetaan ruokakauppoihin kuukauden aikana Poisson-jakautunut määrä tonnikalapurkkeja, jonka keskiarvoksi on arvioitu 1.35 miljoonaa. Mikäli jonkin kuukauden kysyntä ylittää tarjonnan, lainaa keskusvarasto puuttuvat tonnikalat kilpailevalta yhtiöltä, jolloin varaston koko tulkitaan negatiiviseksi.
- Laske kuukausittaisen varastonmuutoksen odotusarvo ja varianssi.
 - Arvioi Chebyshevin epäyhtälön avulla, kuinka suuri määrä varastossa tulee olla tonnikalapurkkeja nykyhetkellä, jotta todennäköisyys, että vuoden kuluttua varasto olisi miinuksella, on enintään 1 %.
- 5.4** *Haarautumisprosessi — rajoitettu jälkikasvu.* Tarkastellaan haarautumisprosessia, missä kukin yksilö toisista riippumatta saa nolla jälkeläistä tn:llä $1/8$, yhden jälkeläisen tn:llä $1/2$, ja kaksi jälkeläistä tn:llä $3/8$.
- Laske jälkikasvun lukumäärän todennäköisyydet generoiva funktio $G(s)$.
 - Etsi yhtälön $G(s) = s$ ratkaisut.
 - Laske todennäköisyys, että populaatio kuolee sukupuuttoon.
- 5.5** *Haarautumisprosessi — geometrisesti jakautunut jälkikasvu.* Tarkastellaan haarautumisprosessia, missä kukin yksilö toisista riippumatta saa satunnaisen määrän jälkeläisiä, joka noudattaa jakaumaa $P(X = k) = (1 - p)p^k$, $k = 0, 1, \dots$
- Laske jälkikasvun lukumäärän todennäköisyydet generoiva funktio $G(s)$.
 - Etsi yhtälön $G(s) = s$ ratkaisut.
 - Laske todennäköisyys, että populaatio kuolee sukupuuttoon.