

**8.1** Olkoon  $Y = |X|$ , missä  $X$  on reaaliarvoinen satunnaismuuttuja, jonka kertymäfunktio on  $F_X$ .

- (a) Mikä on  $Y$ :n kertymäfunktio  $F_Y$ ?
- (b) Oletetaan, että  $X$ :n jakaumalla on jatkuva tn-tiheysfunktio  $f_X$ . Onko  $Y$ :n jakaumalla tällöin myös tn-tiheysfunktio? Jos on, niin kirjoita kyseisen tn-tiheyden lauseke funktion  $f_X$  avulla.

**8.2** Tarkastellaan Diracin mitta  $\delta_0$ , jolle  $\delta_0(B) = 1$  jos  $0 \in B$  ja  $\delta_0(B) = 0$  muuten. Onko  $\delta_0$ :lla tn-tiheysfunktioita? Jos on, kirjoita sen lauseke. Jos ei, selitä miksi.

**8.3** Olkoon  $X$  avoimella välillä  $(a, b)$  tasajakautunut satunnaismuuttuja, eli  $X$ :llä on tn-tiheysfunktio  $f_X(x) = (b - a)^{-1}1_{(a,b)}(x)$ .

- (a) Laske  $X$ :n odotusarvo.
- (b) Laske  $X$ :n varianssi.

**8.4** Laske  $E\{X^2\}$  satunnaismuuttujalle  $X$ , jolla on tn-tiheysfunktio

$$f(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}.$$

**8.5** Olkoon  $X = (X_1, X_2)$   $\mathbb{R}^2$ -arvoinen satunnaisvektori, jolla on tn-tiheysfunktio

$$f_X(x_1, x_2) = 1_C(x_1, x_2),$$

missä  $C = [0, 1] \times [7, 9]$ .

- (a) Mikä on satunnaismuuttujan  $X_1$  jakauma?
- (b) Mikä on satunnaismuuttujan  $X_2$  jakauma?
- (c) Ovatko  $X_1$  ja  $X_2$  riippuvia vai riippumattomia?