

# Sierpinskyn tetraedri

Mukaema A. Heckin kirjan: Introduction to Maple ideasta (HA)

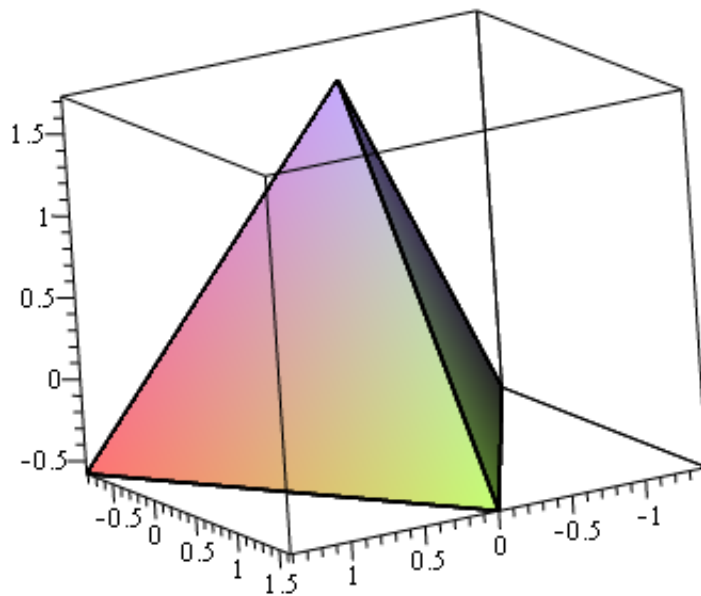
## Perustetraedri

Pakkauksen **plottools** funktioilla voidaan helposti luoda geometrisia olioita. Tetraedri saadaan komennolla

**tetrahedron**

Aloitetaan lataamalla grafiikkapakkaukset.

```
> with(plottools):with(plots):  
> perustetra:=tetrahedron([0,0,0],1):  
> display(perustetra,scaling=constrained);
```



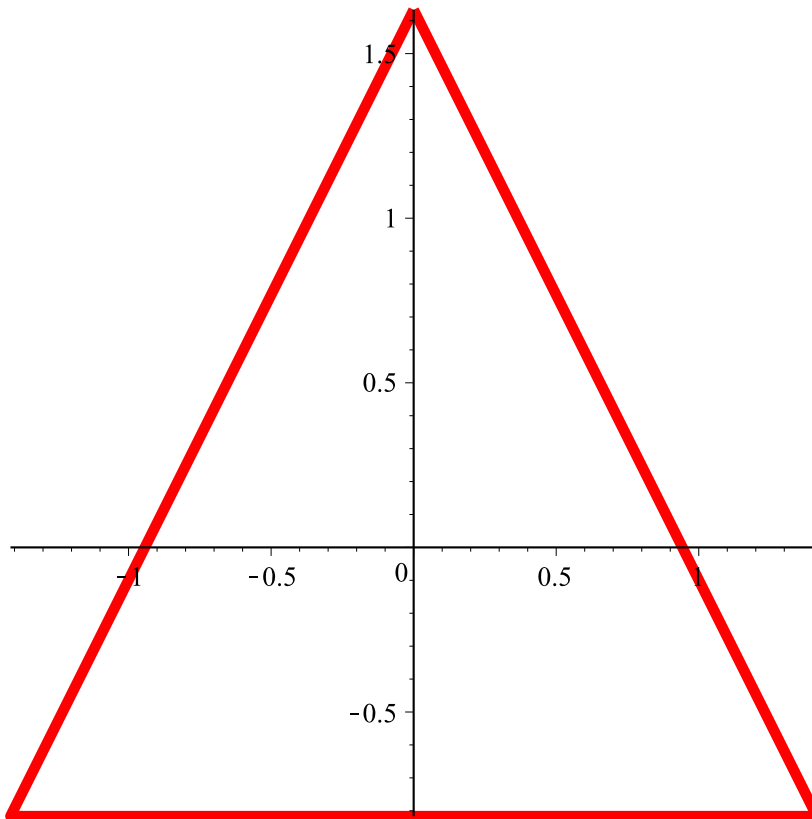
Perustetran pohjakolmion kärjet:

```
> kolmionkarjet:=[0,2*sqrt(2)/sqrt(3)],[-sqrt(2),-sqrt(2)/sqrt(3)]  
],[sqrt(2),-sqrt(2)/sqrt(3)],[0,2*sqrt(2)/sqrt(3)];
```

(1.1)

$$\text{kolmionkarjet} := \left[ 0, \frac{2}{3} \sqrt{2} \sqrt{3} \right], \left[ -\sqrt{2}, -\frac{1}{3} \sqrt{2} \sqrt{3} \right], \left[ \sqrt{2}, -\frac{1}{3} \sqrt{2} \sqrt{3} \right], \left[ 0, \frac{2}{3} \sqrt{2} \sqrt{3} \right] \quad (1.1)$$

```
> display(curve([[0,2*sqrt(2)/sqrt(3)],[-sqrt(2),-sqrt(2)/sqrt(3)],[sqrt(2),-sqrt(2)/sqrt(3)],[0,2*sqrt(2)/sqrt(3)]],color=red,thickness=5));
```



Origo on pohjatahkon projektion mediaanien leikkauspistessä. Itse asiassa tetraedri sijaitsee siten, että avaruuskoordinaatiston origo on tetraedrin "keskipisteessä".

Tetraedrin kärjet ovat:

```
> karjet:={ [0,0,sqrt(3)], [0,2*sqrt(2)/sqrt(3),-1/sqrt(3)], [-sqrt(2),-sqrt(2)/sqrt(3),-1/sqrt(3)], [sqrt(2),-sqrt(2)/sqrt(3),-1/sqrt(3)]};
```

$$\text{karjet} := \left\{ \left[ 0, 0, \sqrt{3} \right], \left[ 0, \frac{2}{3} \sqrt{2} \sqrt{3}, -\frac{1}{3} \sqrt{3} \right], \left[ \sqrt{2}, -\frac{1}{3} \sqrt{2} \sqrt{3}, -\frac{1}{3} \sqrt{3} \right], \left[ -\sqrt{2}, -\frac{1}{3} \sqrt{2} \sqrt{3}, -\frac{1}{3} \sqrt{3} \right] \right\} \quad (1.2)$$

## Tetraedin kutistus ja siirto kärkiin (iteraatioaskel)

```
> siirrot:=map(x->1/2*x, karjet);
```

```
siirrot := { [0, 0, 1/2 * sqrt(3)], [0, 1/3 * sqrt(2) * sqrt(3), -1/6 * sqrt(3)], [-1/2 * sqrt(2), -1/6 * sqrt(2) * sqrt(3), -1/6 * sqrt(3)], [1/2 * sqrt(2), -1/6 * sqrt(2) * sqrt(3), -1/6 * sqrt(3)] }
```

(2.1)

Skaalataan perustetra kertoimella 1/2 kunkin sivun suunnassa ja siirretään tämä tetraedrin puolikas vuorollaan

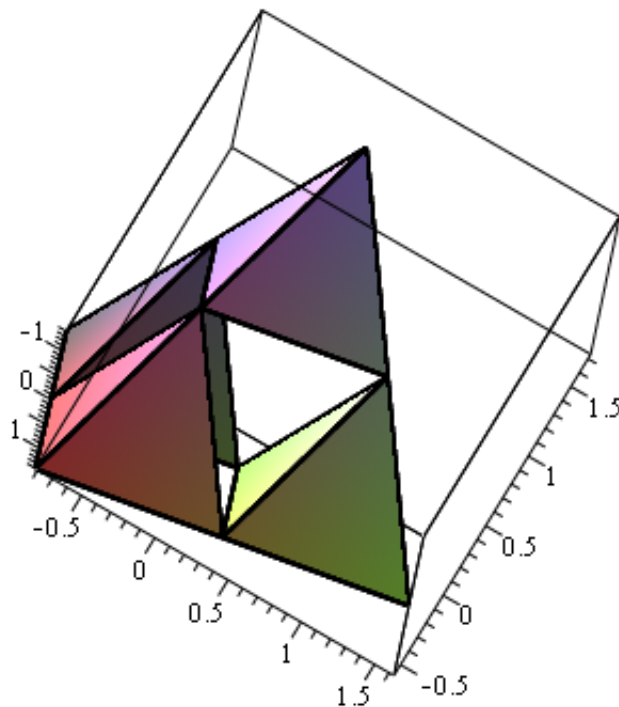
kuhunkin perustetran kärkeen. Siirtovektoreina on  $(1/2)*(O,K)$ , missä K on kärki.

**map** on tehokas operaattori, jonka avulla sama asia voidaan tehdä yhtäaikaan monelle kohteelle.

```
>
```

```
pikkutetrat:={seq(translate(scale(perustetra,1/2,1/2,1/2),op(t)),t=siirrot)}:
```

```
> display(pikkutetrat,thickness=2,scaling=constrained);
```



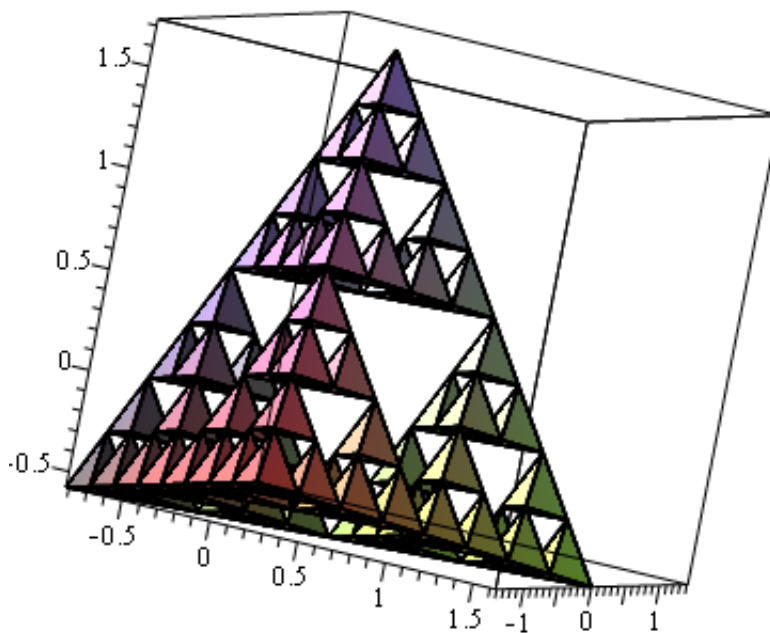
Kun tartutaan hiirellä kuvaan ja pyöritetään sitä, nähdään havainnollisesti kärkiin siirretyt

└─┬─ pikkutetraat ja keskelle jäävä aukko.

## ▼ Jatketaan samaalla tavoin, iteroidaan

└─┬─ Toistetaan edellä tehty operaatio kuhunkin pikkutetraan.

```
> siirrot:=map(x->1/2*x,karjet):  
> N:=3: # Iteraatioiden lukum.  
> for k from 2 to N do  
    uudetsiirrot:=map(x->x/2^k, karjet):  
    siirrot:={seq(seq(t+tuusi,t=siirrot),tuusi=uudetsiirrot)}:  
end do:  
>  
tetrat:={seq(translate(scale(perustetra,1/2^N,1/2^N,1/2^N),op(t)  
) ,t=siirrot)}:  
> display(tetrat);
```



```
>
```

Tätä voidaan taas pyöritellä, suurennella ym. (html/pdf-versiossa ei tietenkään voida).

**Siinäpä se vanha Solmun kansikuva on.**

Mikään ei estä iteroimasta pitemmälle. Tarvitsee vain mennä edellä riville `siirrot:= ...` ja painaa ENTER:iä

sen jälkeen vaihdetaan N:n tilalle vaikkapa 4 ja painellaan ENTER:iä

Lähde: Heck: Introduction to Maple