Matematiikan laitos
Teknillinen korkeakoulu
Somersalo / Perkkiö

Mat-1.422 Matematiikan peruskurssi S2

3. välikoe 7.5.2001

Täytä selvästi *jokaiseen vastauspaperiin* kaikki otsaketiedot. Merkitse kuulustelukoodi -kohtaan opintojakson numero, nimi ja onko kyseessä tentti vai välikoe. $\star$-kohta jätetään tyhjäksi. Koulutusohjelmakoodit ovat ARK, AUT, EST, INF, KEM, KON, MAA, MAK, MAR, PUU, RYK, TFY, TIK, TLT, TUO.

Kokeessa saa käyttää funktiolaskinta, ei muita apuvälineitä. Koeaika on 3h.

1. (a) Kirjoita Greenin kaava tasossa. Selitä käyttämäsi merkinnät.

   (b) Miten sileäreunaisen tasokuvion pinta-ala lasketaan Greenin kaavaa käyttäen viivaintegraalina?

   (c) Laske Greenin kaavan avulla viivaintegraalina joukon

   $$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x,y) = (ar\cos\theta, br\sin\theta),\ 0 \le r \le 1,\ 0 \le \theta \le 2\pi\}$$

   pinta-ala, missä a ja b ovat positiivisia vakioita.

2. Olkoon S pinta $S = \{(x,y,z) \mid z = 1 - x^2 - y^2,\ z > 0\}$. Laske Gaussin lausetta eli divergenssilausetta apuna käyttäen vektorikentän $\mathbf{F}$ vuo ylöspäin (positiivisen z–akselin suuntaan) pinnan läpi, kun

   $$\mathbf{F} = (y^2 + e^z)\mathbf{i} + xz\mathbf{j} + z\mathbf{k}.$$

3. Etsi differentiaaliyhtälön

   $$y' + 2xy = 2x$$

   sellainen ratkaisu, jolle $y(0) = 0$.

4. Tutki, suppenevatko seuraavat sarjat. Perustele päätelmäsi.

   (a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(2^n+1)}{3^n}$, (b) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \sqrt{n} \left(\frac{1}{\sqrt{n}+1} - \frac{1}{\sqrt{n}-1} \right)$.