

*Kirjoita jokaiseen koepaperiin nimesi, opiskelijanumerosi ym. tiedot !
Funktioalaskin on sallittu apuväline tässä kokeessa!*

1.

- (a) Kaavat $\sin(z) = \frac{1}{2i}(e^{iz} - e^{-iz})$ ja $\cos(z) = \frac{1}{2}(e^{iz} + e^{-iz})$ määrittelevät trigonometriset funktiot sini ja kosini kun z on kompleksiluku. Laske näiden avulla $\sin(\pi + i\pi)$ ja $\cos(i3\pi)$.
- (b) Olkoon $w = -1 + i$. Määritä yhtälön $e^z = w$ kaikki ratkaisut, eli määritä kaikki funktion $\ln(w)$ arvot.

2. Olkoot

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{ja} \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

- (a) Laske $\det(A)$.
- (b) Ratkaise yhtälöryhmä $Ax = b$.
- (c) Laske A :n ominaisarvot.

3. Funktiosta f tiedetään, että $1,85 \leq f(1) \leq 1,90$ ja että $-\frac{3}{2} \leq f'(x) \leq -1$ kaikilla x . Määritä mahdollisimman lyhyt väli $[a, b]$ siten, että funktiolla f on nollakohta tällä välillä, tai selitä miksi tällainen väli ei välttämättä ole olemassa.

4.

- (a) Määritä integraalille $\int_{-3}^{-2} \frac{f(x)}{x+1} dx$ ylä- ja alaraja, kun tiedetään, että $x \leq f(x) \leq -1$ kun $x \leq -2$.
- (b) Laske integraalille $\int_1^2 \frac{x+2}{x^2+x} dx$ approksimaatio käyttämällä suunnikassääntöä ja neljää osaväliä.

5. Taso kulkee pisteiden $(1, 0, 2)$ ja $(-1, 1, 0)$ kautta ja on kohtisuorassa tasoa $x+y+z = 3$ vastaan (eli tasojen normaalit ovat kohtisuorassa toisiaan vastaan). Määritä tason yhtälö.