

*Kirjoita jokaiseen koepaperiin nimesi, opiskelijanumerosi ym. tiedot !  
Funktioalaskin on sallittu apuväline tässä kokeessa!*

1.

- (a) Olkoon  $z = 3 + i4$ . Kirjoita kompleksiluku  $\frac{\bar{z} - 1}{z + 1}$  muodossa  $a + ib$ .  
(b) Olkoon  $w = 3 - i$ . Määritä yhtälön  $e^z = w$  kaikki ratkaisut, eli määritä kaikki funktion  $\ln(w)$  arvot.

2. Määritä matriisin

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 0 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & -2 \end{bmatrix}$$

käänteismatriisi Gaussin algoritmin avulla.

3. Määritä polynomi  $p$  siten, että  $|t \sin(2t) - p(t)| \leq 10^{-2}$  kun  $0 \leq t \leq \frac{1}{2}$ .

4.

- (a) Laske funktion  $f$  Fourier-kertoimet  $\hat{f}(n) = \int_0^1 e^{-i2\pi nt} f(t) dt$  kun  $f(t) = 1+t$ ,  $t \in [0, 1]$  ja  $f(t+1) = f(t)$ ,  $t \in \mathbb{R}$ .  
(b) Määritä integraalin  $\int_0^2 \sqrt{x^3 + 1} dx$  likiarvo käyttäen suunnikasmenetelmää ja 4 yhtä pitkää osaväliä.

5.

- (a) Laske vektoreiden  $\mathbf{a} = \mathbf{i} + 3\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$  ja  $\mathbf{b} = -\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$  ristitulo  $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ .  
(b) Määritä (korkeintaan) 2-asteinen polynomi  $p$ , joka toteuttaa ehdot  $p(-1) = 5$ ,  $p(0) = 2$  ja  $p(2) = 8$ , käyttäen Newtonin interpolointikaavaa. (Ellet osaa käyttää Newtonin interpolointikaavaa, niin määritä tämä polynomi jollain toisella tavalla.) Laske tämän polynomin arvo pisteessä 1.