

*Kirjoita jokaiseen koepaperiin nimesi, opiskelijanumerosi ym. tiedot !
Funktioalaskin on sallittu apuväline tässä kokeessa!*

1.

- (a) Määritä funktion f Fourier kertoimet, eli laske integraalit $\int_0^1 e^{-i2\pi nt} f(t) dt$ kun n on kokonaisluku ja

$$f(t) = \begin{cases} t, & 0 \leq t \leq \frac{1}{2}, \\ 0, & \frac{1}{2} < t \leq 1. \end{cases}$$

(Tarkastele erikseen tapaukset $n = 0$ ja $n \neq 0$.)

- (b) Määritä integraalin $\int_4^6 \frac{\sqrt{x}}{1+x^2} dx$ likiarvo käyttäen suunnikasmenetelmää ja neljää yhtä pitkää osaväliä.

2.

- (a) Määritä integraali $\int \frac{t-1}{(t-2)(3-t)} dt$.

- (b) Onko integraali $\int_4^\infty \left| \frac{t-1}{(t-2)(3-t)} \right| dt$ äärellinen (eli suppeneeko se)?

3.

- (a) Määritä käyrän $r = -2 \sin(\theta)$ sisäpuolelle jäävän alueen pinta-ala.
(b) Määritä pisteen $(1, 0, 1)$ kautta kulkevan ja tasojen $3x + 2y - z = 1$ ja $x - 2y + 2z = 2$ leikkaussuoran suuntaisen suoran yhtälö parametrimuodossa.

4.

- (a) Määritä (korkeintaan) astetta 2 oleva polynomi p , joka toteuttaa ehdot $p(-2) = 15$, $p(0) = 1$ ja $p(1) = 0$, käyttäen Newtonin interpolointikaavaa. Laske tämän polynomin arvo pisteessä $-\frac{1}{2}$. (Ellet osaa käyttää Newtonin interpolointikaavaa, niin määritä tämä polynomi jollain toisella tavalla.)
(b) Jos funktio f toteuttaa ehdot $f(-2) = 15$, $f(0) = 1$ ja $f(1) = 0$ niin määritä (interpoloinnin virhekaavan avulla) yläraja lausekkeelle $|f(-\frac{1}{2}) - p(-\frac{1}{2})|$ missä p on (a)-kohdassa laskettu polynomi, kun lisäksi tiedetään, että $f'(x) \geq -10$ kun $x \in [-2, 1]$, $|f''(x)| \leq 5$ kun $x \in [-2, 0]$, $|f''(x)| \leq 6$ kun $x \in [0, 1]$, $|f'''(x)| \leq 4$ kun $x \in [-2, -1]$ ja $|f'''(x)| \leq 2$ kun $x \in [-1, 1]$.

Vastaa kurssin kotisivulla olevaan **kurssikyselyyn!**