

*Kirjoita jokaiseen koepaperiin nimesi, opiskelijanumerosi ym. tiedot !
Funktioalaskin on sallittu apuväline tässä kokeessa!*

1.

- (a) Kirjoita luku \bar{w} muodossa $a + ib$ kun $w = \frac{-1 + i}{2 - i}$.
- (b) Olkoon $w = -2 + i$. Määritä yhtälön $z^3 = w$ kaikki ratkaisut, eli määritä kaikki arvot $w^{\frac{1}{3}}$.

2. Ratkaise Gaussin algoritmilla yhtälösystemi

$$\begin{array}{ccccrc} 2x_1 & +x_2 & +2x_3 & +3x_4 & = & 9 \\ -x_1 & +2x_2 & -6x_3 & +x_4 & = & 8 \\ x_1 & +2x_2 & -2x_3 & +2x_4 & = & 9 \\ 3x_1 & +2x_2 & +2x_3 & +x_4 & = & 4 \end{array}$$

3.

- (a) Laske raja-arvo $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(\sqrt{x})}{g(x^2)}$ kun tiedetään, että $f(t) = t^2 + O(t^3)$ ja $g(t) = 2t + O(t^2)$ (kun $t \rightarrow 0$).
- (b) Määritä pienin a ja suurin b siten, että funktio $f(x) = xe^{-x} - e^{-x}$ on konvekssi välillä (a, b) .

4.

- (a) Laske integraali $\int_0^2 \frac{1}{9 - t^2} dt$.
- (b) Määritä integraalin $\int_0^2 \sqrt{x}e^x dx$ likiarvo käyttäen Simpsonin menetelmää ja 4 yhtä pitkää osaväliä.

5.

- (a) Suora kulkee pisteen $(2, 3, 1)$ kautta ja on tasojen $x - y + 2z = 3$ ja $-2x + y - z = 4$ suuntainen. Määritä suoran yhtälö normaalimuodossa.
- (b) Määritä ne pisteet, missä käyrän $y = 2x^2$ kaarevuus on $\frac{1}{2}$. Mikä kaavoista $\frac{(\mathbf{r}'(t) \times \mathbf{r}''(t)) \cdot \mathbf{r}'''(t)}{|\mathbf{r}'(t) \times \mathbf{r}''(t)|^2}$ ja $\frac{|\mathbf{r}'(t) \times \mathbf{r}''(t)|}{|\mathbf{r}'(t)|^3}$ antaa parametrimuodossa $\mathbf{r}(t)$ annetun käyrän kaarevuuden?