Teknillinen korkeakoulu
Johdatus solmuteoriaan, kevät 2002
Laskuharjoitus 10. (12.4.)

1. Laske Jonesin polynomit solmulle 4_1 ja Whiteheadin kytkökselle.

2. a) Tarkastellaan kolmea kaaviota L_0, L_1 ja L_2, jotka poikkeavat toisistaan vain yhdessä risteyksessä alla olevan kuvion mukaisesti.

   Osoita, että
   $$\frac{1}{t}V(L_1) - tV(L_2) + (\frac{1}{\sqrt{t}} - \sqrt{t})V(L_0) = 0.$$
   b) Laske $V(5_2)$ käyttämällä a-kohdan kaavaa.
   c) Osoita, että $V_S(1) = 1$ kaikille PL-solmuille S. (Vihje: teht. 4/harj. 3)

3. a) Tarkastellaan suunnattua kytköstä, jossa on kaksi komponenttia A_+ ja B_+. Osoita, että
   $$V(A_+ \cup B_-) = t^\alpha V(A_+ \cup B_+),$$
   missä $\alpha = -3 \cdot \mathrm{lk}(A_+, B_+)$.
   b) Tarkastellaan kaaviota, jossa on kaksi vierekkäistä risteystä kuten alla olevassa kuviossa. Osoita, että laskettaessa Kauffmanin polynomia ehdon (iii) avulla, tulos ei riipu siitä, kummassa järjestyksessä ehtoa sovelletaan kuvion risteyksiin.

4. a) Olkoot S_1 ja S_2 PL-solmuja. Perustele yhtälö $V(S_1 + S_2) = V(S_1) \cdot V(S_2)$. Vihje: Aloita laskeminen ensimmäisestä osasta.
   b) Osoita, etteivät merimiessolmu $3_1 + \rho(3_1)$ ja umpisolmu $3_1 + 3_1$ ole ekvivalentteja.