

### Mat-1.415 Matematiikan peruskurssi V3 syksy 2002

<http://www.math.hut.fi/teaching/v/3/02/H/>

#### Laskuharjoitus 12 (viikko 48 , 2 - 5.12.2002)

Lähteitä:

KRE Ch 10, 11.1-11.3, L/L17four.mws ja .html, L18\* (ehkä)

Pidetään normaalisti tiistain harjoitus ja lisäksi to 12-14 jäähyväisharjoitus, jossa esitellään malliratkaisuja, vastailaan kysymyksiin, ja tehdään yhteenvetoa 3. välikoealueen asioista. Samassa tilaisuudessa tarjoillaan www-palautelomaketta käyttöön.

Ylimääräinen neuvontaharjoitus: Jos halukkuutta on, voitte kokoontua ke 4.12. luento-aikaan, sanotaan nyt 8.20 - 10 luentosaliin yhdessä työskentelemään. Olen työhuoneessani (U 328), josta minut voi tarpeen mukaan hakea paikalle selittämään.

#### Aaltoyhtälö:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

#### Alkuviikko (AV)

1. Osoita, että (reaali)funktion  $f$  kompleksimuotoisen Fourier-sarjan kertoimet ovat reaaliset, jos  $f$  on parillinen ja puhtaasti imaginaariset, jos  $f$  on pariton.
2. Olkoon värähtelevän kielen pituus  $L = \pi$  pituusyksikköä, ja olkoon aaltoyhtälön vakiokerroin  $c^2 = 1$ .

Määritä ratkaisu, jonka alkunopeus = 0 ja alkupoikkeama  $u(x,0) = k \sin x - \frac{1}{2} \sin 2x$ .

Huom 1. Johda muuttujanerotella, aläkä sijoita suoraan valmiiseen kaavaan.

Huom 2. Älä tee väkisin sarjaa, jos sattumoisin selviäisit äärellisellä summalla.

3. Olkoon värähtelevän kielen pituus  $L$ , ja olkoon aaltoyhtälön  $c$  mukana ihan  $c$ :nä. Johda ratkaisu  $u(x,t)$ , kun alkunopeus = 0 ja alkupoikkeama  $u(x,0) = x(L-x)$

Suositus: Käy taas muuttujanerotelu läpi. Jos tarvitset integrointiapua Maplelta, niin se käy hyvin tekstiilassakin modeemiyhteydellä.

4. Kirjoita edellisen tehtävän ratkaisu muotoon  $u(x,t) = f^*(x-ct) + f^*(x+ct)$ , missä  $f^*$  on alkuheftofunktion  $f(x) = u(x,0)$  pariton  $2L$ -jaksoinen laajennus.

Ohje: Käytä tuttuja trigonometrisia kaavoja

#### Loppuviikko (LV)

1. Esittele AV-tehtävään 3 liittyviä ominaisfunktioita (normaalimoodeja), havainnollista piirroksin ja mahdollisuuksien mukaan Maple-kuvien, ja mielellään myös animaatioin.

Mahdollista on myös visualisoida tehtävän AV 4 esitystavan mukaisena kahden vastakkaisiin suuntiin liikkuvan aaltorintaman yhdistelmänä. Taustaksi: KRE s. 590 ja 593.

Huom! Jos et pääse Maplen ääreen, niin liitutaululle voit hyvin myös piirrellä.

2. Mahdolliset ”ylivuodot” aiemmista harjoituksista.
3. Malliratkaisujen esittelyä, kysymyksiä, keskustelua, yhteenvetoa 3. välikokeen asioista,
4. Kurssin www-palautelomakkeen täyttämistä.

#### Fourier-kaavoja

##### Yleinen tapaus, $f$ määritelty välillä $(-L, L)$

$$f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{n\pi x}{L} + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin \frac{n\pi x}{L}$$
$$a_0 = \frac{1}{2L} \int_{-L}^L f(x) dx, \quad a_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(x) \cos \frac{n\pi x}{L} dx, \quad b_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(x) \sin \frac{n\pi x}{L} dx$$

##### Hyvää joulua ja elämää V3:n jälkeen!

t. Heikki