

Mat-1.415 Matematiikan peruskurssi V3 syksy 2000

<http://www.math.hut.fi/teaching/v/3/H/>

Laskuharjoitus 9 (viikko 46 , 16.11)

1. Osoita, ortogonaalisuusominaisuus:

$$\int_{-l}^l \cos \frac{m\pi x}{l} \cos \frac{n\pi x}{l} dx = \begin{cases} 0, & m \neq n \\ l, & m = n \neq 0 \end{cases}$$

Vihje: Voit käyttää trigonometrian kaavaa $\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta))$ (joka on helppo johtaa tuttujen $\cos(\alpha + \beta)$ -kaavojen avulla). Toinen tapa on siirtyä exp-funktioihin vanhan kunnan Eulerin avulla.

2. Olkoon $f(t) = t$, $t \in (-\pi, \pi]$, $f(t + 2\pi) = f(t)$. Piirrä f :n kuvaaja muutaman jakson alueella. Muodosta f :n Fourier-sarja. Selvitä, missä pisteissä sarja suppenee ja missä se ei suppene kohti kyseistä funktion arvoa. Mitä arvoa kohti sarja näissä "ei-pisteissä" suppenee? Piirrä jaksollinen laajennus ja osasummafunktioiden kuvaajia. Vrt. Exa 4.1 s. 287
3. Tee Maple-työ, jossa käyt läpi Exa 4.3:n s. 291-293. Piirrä jaks. laaj. ja osasummia.
4. Tee edellistä vastaava tehtävä funktiolle $f(x) = \begin{cases} 100, & -4 < x < -2 \\ 0, & -2 \leq x \leq 4 \end{cases}$, $f(x + 8) = f(x)$.
5. Muodosta funktion $f(t) = t^2/4$, $t \in (-\pi, \pi)$ Fourier-sarja ja johda sen avulla sarjaesitykset:
- a) $\frac{\pi^2}{6} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$
- b) $\frac{\pi^2}{12} = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n^2}$

6. Muodosta puoliaaltotasasuunnatun siniaallon Fourier-sarja, kts. tarkemmin teht. 11 s. 308
7. Tutki *Gibbsin ilmiötä* muodostamalla sopivan kanttiaallon Fourier-sarja ja piirtämällä (paljon) kuvaajia. Vahvasta kokeellisesta tuoväite n. 9%:n "yli/ali-ampumisesta".