Teknillinen korkeakoulu Apiola
Matematiikka

Mat-1.414 Matematiikan peruskurssi V2 kevät 2001
`http://www.math.hut.fi/teaching/v/3/H/`

Laskuharjoitus 9 (viikko 13 , 30.3.01)

Tällä viikolla vain LV-harjoitus. Tehtäviin tulee täydennystä ainakin ohjeiden muodossa.

Tehtävistä 4/5 kannattaa valita vain toinen

Loppuviikko, pe 30.3.

1. Määritä Lagrangen kertojamenetelmällä funktion $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$ maksimi- ja minimiarvot kartion $z^2 = x^2 + y^2$ ja tason $x - 2z = 3$ leikkausellipsillä.

2. Lanka, jonka pituus on L leikataan (sisältää myös yhden pätkän mahdollisuuden, jolloin oikeasti ei leikata) korkeintaan kolmeen pätkään ja jokainen pätkä taivutetaan neliöksi. Määritä neliöiden alojen summan maksimi ja minimi.

3. Sovita PNS-suora dataan $(2,2),(5,4),(6,6),(9,9),(11,10)$ Piirrä datapisteet ja suora.

4. Joulukuun 1–28 päivänä 1981 aurinko laski *Lund*:ssa klo 15.30:n ja 15.45:n välillä seuraavan taulukon mukaisesti, missä x tarkoittaa päivää ($1 \le x \le 28$) ja y minuuttimäärää klo 15.30:n jälkeen, jolloin aurinko laski.

x	y	x	y
1	8	19-21	3
2	7	22-23	4
3	6	24	5
4-5	5	25	6
6-7	4	26-27	7
8-9	3	28	7
10-18	2		

   Data voidaan esittää varsin hyvin 2. asteen polynomilla. Määritä kertoimet a,b,c, piirrä data ja polynomi. Minä päivänä auringonlaskuaika saavuttaa miniminsä mallin mukaan. (Kirjasta *Fröberg*: Numerical Analysis 1985)

5. Sovita eriasteisia PNS-polynomeja vanhaan kunnon census-dataan.

Vuosi	1940	1950	1960	1970	1980	1990
Väki	132.165	151.326	179.323	203.302	226.542	249.633

   Kokeile eri muotoisia kantafunktioita (muista eri skaalaukset interpolaatiotehtävien yhteydessä). (Huomaa, että normaaliyhtälöratkaisulla on taipumusta häiriöalttiuteen.)

6. Tutustu ohjeiden mukaan numeerisiin optimointimenetelmiin, erityiseti jyrkimmän laskeuman, eli "steepest descent", eli gradienttimenetelmään ja Newtonin menetelmään (sekä optim. että yhtälösyst.) Implementoi Maplella sopiva versio/yhdistelmä ja testaa. Ohjeita implementointiin ja sopivia testiesimerkkejä annetaan.

Esimerkkejä optimointiin ja epälin. systeemeihin

1. $f(x,y) = e^x(4x^2 + 2y^2 + 4xy + 2y + 1)$
   $f(x,y) = 100(y - x^2)^2 + (1 - x)^2$ *Rosenbrockin banaanifunktio*
   $f(x_1,x_2,x_3) = x_1^2 + 10x_2^2 + 100x_2^2$

2. Tarkastellaan yhtälöryhmää

$$\begin{cases} 1 + x^2 - y^2 + e^x \cos y = 0 \\ 2xy + e^x \sin y = 0 \end{cases}$$

   Kirjoita Newtonin menetelmän iteraatioaskeleen kaava tälle systeemille.