Mat-1.374 Matematiikan peruskurssi T 4

1. laskuharjoitukset (viikko 5) Vainikko, Tuomela/Havu

Alkuviikko

1. Hae 1. kertaluvun osittaisdifferentiaaliyhtälön ratkaisu muotoa $\Phi(x,y) = C$:

$$a) \quad x^2 u_x + y u_y = 0$$
$$b) \quad y u_x - x u_y = 0$$

Määritä seuraavien yhtälöiden tyypit ja esitä ne kanonisessa muodossa jokaisessa alueessa, jossa tyyppi säilyy:

2. $2u_{xy} - 4u_{xx} - 2u_x + u_y + u + y = 0$
3. $9u_{xx} - 6u_{xy} + u_{yy} + 2u_x - u_y = 0$
4. $13u_{xx} + 4u_{xy} + u_{yy} + 24u_x + 3u_y - 9u + 9(x+y) = 0$
5. $u_{xx} + 2u_{xy} + u_{yy} \operatorname{sign} x = 0$
6. $xu_{xx} + yu_{yy} = 0$

Loppuviikko

Harjoituksissa 1–3 laske yhtälön yleinen ratkaisu.

1. $3u_{xx} + 2u_{xy} - u_{yy} = 0$
2. $u_{xy} + bu_y = 0 \quad (b = \text{vakio})$
3. $xu_{xx} - yu_{yy} + \frac{1}{2}(u_x - u_y) = 0 \quad (\text{alue } x > 0, y > 0)$

Harjoituksissa 4 ja 5 ratkaise alkuarvotehtävä.

4. $3u_{xx} - 4u_{xy} + u_{yy} - 3u_x + u_y = 0,\ u|_{y=0} = x,\ u_y|_{y=0} = 1$
5. $u_{xx} + 2\cos x\, u_{xy} - \sin^2 x\, u_{yy} - \sin x\, u_y = 0,\ u|_{y=\sin x} = x + \cos x,$ $u_y|_{y=\sin x} = \sin x$
6. Määritä seuraavien yhtälöiden tyypit:

$$a) \quad u_{xx} + 2u_{xy} + 2u_{yy} + 4u_{yz} + 5u_{zz} = 0$$
$$b) \quad 4u_{xx} - 4u_{xy} - 2u_{yz} + yzu_x + xzu_y + xyu_z + xyzu = 0$$