3.2.04
"postlecture"

Newtonin menetelmä minimointiin

$F : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$

$$F(x+h) \cong F(x) + \underbrace{J_F(x)}_{\substack{\text{Jacobin matr.} \\ \text{eli } F\text{:n derivaatta}}} h$$

Lineaarinen approksim.

Olk. kohdefunktio $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$.

Olk. $F = \nabla f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$.

Ol: x_0 lähellä f:n minimipistettä.

$$\nabla f(x_0 + h) \cong \nabla f(x_0) + J_{\nabla f}(x_0) h$$

Pyritään kohti ∇f:n 0-kohtaa ratkaisemalla h yhtälöstä

$$\nabla f(x_0) + J_{\nabla f}(x_0) h = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad J_{\nabla f}(x_0) h = -\nabla f(x_0).$$

$$J_{\nabla f}(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x_1}\frac{\partial f}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial}{\partial x_n}\frac{\partial f}{\partial x_1} \\ \vdots & & \\ \frac{\partial}{\partial x_1}\frac{\partial f}{\partial x_n} & \cdots & \frac{\partial}{\partial x_n}\frac{\partial f}{\partial x_n} \end{bmatrix} = H_f(x)$$

Hessian

(linalg[hessian])

$\Rightarrow$ <u>Algoritmi</u>

1. Alkupiste x_0 (oltava aika lähellä)
2. Laske $H_f(x_0)$
3. Ratkaise h: $H_f(x_0) h = -\nabla f(x_0)$
4. $x_1 = x_0 + h$

Iteroi!

Minimointiaskel on helppo implementoida.

Sopiva apufunktio: H / gradhess.m

(Tämän voisi generoida Maplella.)