

Teknillinen korkeakoulu

Mat-5.187 Epälineaarisen elementtimenetelmän perusteet (Mikkola/Ärölä)

2. harjoitus ke 12.2.2003 klo 10-12 U356

1. On annettu tensorit \mathbf{S} (symmetrinen), \mathbf{W} (vinsymmetrinen) ja \mathbf{A} . Osoita, että tällöin pätee

(a) $\mathbf{S} : \mathbf{W} = \mathbf{W} : \mathbf{S} = 0$

(b) $\mathbf{A}^{-T} : \mathbf{A} = 3$

2. Olkoon vektori $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3)$ ja vektori $\mathbf{v} = (v_1, v_2, v_3)$. Kirjoita komponenttien avulla

(a) $\mathbf{v} \cdot \mathbf{u}$

(b) $\mathbf{v} \otimes \mathbf{u}$

3. Määritä skalaarikentän $\Phi(\mathbf{x}) = e^{x_1} \cos(3x_1 - 2x_2)$ suunnattu derivaatta suoran $x_1 = x_2/3 - 1$ suuntaisen yksikkövektorin suuntaan pisteessä $\mathbf{x} = (0, 1)$, koordinaatin x_1 kasvaville arvoille.

4. Laske seuraavat suunnatut derivaatat

(a) $D\varphi(\mathbf{v})[\mathbf{u}], \quad \varphi(\mathbf{v}) = \mathbf{v} \cdot \mathbf{v}$

(b) $D\mathbf{G}(\mathbf{A})[\mathbf{U}], \quad \mathbf{G}(\mathbf{A}) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{A}$

(c) $D\varphi(\mathbf{A})[\mathbf{U}], \quad \varphi(\mathbf{A}) = \text{tr}(\mathbf{A})^2$

5. Johda laskukaavat seuraaville lausekkeille

(a) $\nabla(f\mathbf{v})$

(b) $\text{div}(f\mathbf{v})$