Aalto-universitetet

MS-A0509 Grundkurs i sannolikhetskalkyl och statistik — Gripenberg/Metsalo
Övning 3
Vecka 4, 20–24.1.2014

Returnera lösningarna till I-uppgifterna senast 27.1.2014 kl. 12.00
Kom ihåg att skriva ditt namn och studentnummer!

I1. Vi antar att antalet telefonsamtal som kommer till ett servicenummer under en tidsperiod med längden T är Poisson-fördelat med parametern λT så att det under en minut kommer i genomsnitt 100 samtal.

(a) Vad är väntevärdet av antalet samtal under en timme?
(b) Vad är den genomsnittliga tiden mellan två samtal?
(c) Vad är sannolikheten att det under en timme kommer mera än 6200 samtal? Använd normalapproximation!

I2. I en butik är försäljningen X och Y (dvs. paret (X,Y)) av en viss produkt under två på varandra följande dagar normalfördelad med väntevärdena $\mathrm{E}(X) = \mathrm{E}(Y) = 4000$ och standardavvikelser $\sigma_X = \sigma_Y = 400$ och korrelationen mellan X och Y är 0.75. Om försäljningen en dag är 4200 så vad är sannolikheten för att försäljningen nästa dag är högst 3800?

Ledning: Om (X,Y) *är normalfördelad så är* $(Y|X) \sim \mathrm{N}(\mu_Y + \rho\frac{\sigma_Y}{\sigma_X}(x-\mu_X), (1-\rho^2)\sigma_Y^2)$.

Svar: ≈ 0.093

I3. Antag att $X \sim \mathrm{N}(0,1)$ och att $Y = WX$ där W är en diskret slumpvariabel så att X och W är oberoende och $\mathrm{Pr}(W=-1) = \mathrm{Pr}(W=1) = \frac{1}{2}$. Bestäm Y:s fördelningsfunktion och $\mathrm{Cor}(X,Y)$. Är X och Y oberoende?

I4. Antag att slumpvariabeln (X,Y) har täthetsfunktionen

$$f_{XY} = \begin{cases} \frac{1}{x}\mathrm{e}^{-x-\frac{1}{x}y}, & x, y > 0, \\ 0, & \text{annars.} \end{cases}$$

(a) Bestäm slumpvariablernas X och Y marginalfördelningar (men du behöver inte försöka räkna ut integralen i uttrycket för f_Y).
(b) Är X och Y oberoende?
(c) Bestäm den betingade täthetsfunktionen för Y då X är givet.
(d) Bestäm det betingade väntevärdet $\mathrm{E}(Y|X)$ och väntevärdet $\mathrm{E}(\mathrm{E}(Y|X))$.

I5. Antag att X och Y är oberoende slumpvariabler med samma fördelning och antag att $f(x)$ är denhär fördelningens täthetsfunktion. Om $Z = X + Y$ så är slumpvariabelns (X,Z) täthetsfunktion $f(x)f(z-x)$ men vad är slumpvariabelns X betingade täthetsfunktion då $Z = z$ är givet ifall

(a) $X \sim \mathrm{Exp}(\lambda)$;
(b) $X \sim \mathrm{N}(\mu, \sigma^2)$;

Obs! *Uppgiften handlar om följande fråga: Om du vet att summan av två slumpmässigt valda personers längder är* 420 *cm så hur långa tror du då att de är och vad säger svaret om fördelningen av längderna?*

Besvara Stack-uppgifterna (`stack3.aalto.fi/course/view.php?id=18`)
senast 27.1.2014 kl. 12.00
