

Vastaa Stack-tehtäviin (stack3.aalto.fi/course/view.php?id=30)
viimeistään 3.11.2014 kl. 12.00.

Palauta P-tehtävät viimeistään 3.11.2014 kl. 12.

Muista kirjoittaa nimesi, opiskelijanumerosi ja harjoitusryhmäsi!

P1. Heitetään kahta virheetöntä noppaa, joiden kuudella tahkolla on silmäluvut 1, 2, 3, 4, 5 ja 6. Tällöin heittotuloksiin liittyvä otosavaruus on

$$S = \{(x, y) : x = 1, 2, 3, 4, 5, 6 \text{ ja } y = 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Olkoon

$$A = \{1. \text{ nopalla saadaan } 4 \text{ tai enemmän}\}$$

$$B = \{\text{Heittotulosten summa on } 10 \text{ tai enemmän}\}$$

$$C = \{\text{Molemmilla nopilla saadaan sama silmäluku}\}$$

Määritä seuraavat tapahtumat (\mathcal{S} :n osajoukkoina) ja laske niiden todennäköisyydet:

$$(a) A \cup B, \quad (b) A \cap C, \quad (c) C^c, \quad (d) B \setminus C.$$

$$\text{Vastaus: } \frac{6}{1} \cdot \frac{9}{5} \cdot \frac{12}{1} \cdot \frac{2}{1} : \frac{7}{1}$$

P2. Heitetään kolikkoa. Jos tulos on kruuna, heitetään vielä kaksi kertaa. Mikä on otosavaruus ja mikä on todennäköisyys, että viimeisen heiton tulos on klaava kun oletetaan, että heittojen tulokset ovat toisistaan riippumattomia ja saadaan kruuna todennäköisyydellä 0.5.

$$\text{Vastaus: } \frac{7}{3}$$

P3. Erään sairauden toteamiseksi on kehitetty testi, joka ei kuitenkaan aina anna oikeata tulosta siten, että jos henkilöllä on tauti niin testi antaa tähän viittaavan tuloksen todennäköisyydellä 0.5 ja jos henkilöllä ei ole tautia niin testi antaa tautiin viittaavan tuloksen todennäköisyydellä 0.03. Arvioidaan lisäksi että 0.3 % väestöstä on kyseinen tauti. Mikä on todennäköisyys, että tietyllä henkilöllä on tauti jos testi antaa tähän viittaavan tuloksen?

$$\text{Vastaus: } \approx 0.048$$

P4. Urnassa A on 4 valkoista ja 6 mustaa kuulaa ja urnassa B on 6 valkoista ja 4 mustaa kuulaa. Nostetaan kummastakin urnasta satunnaisesti yksi kuula sekä asetetaan urnasta A poimittu kuula urnaan B ja urnasta B poimittu kuula urnaan A. Nostetaan tämän jälkeen urnasta B satunnaisesti kuula. Mikä on todennäköisyys, että tämä viimeksi nostettu kuula on valkoinen? Käytä ratkaisussa puuverkkoa (ja jaa prosessi eri vaiheisiin, joissa ensin nostetaan kuula urnasta A, sitten kuula urnasta B, sitten asetetaan A:sta nostettu kuula urnaan B ja nostetaan siitä satunnaisesti kuula).

$$\text{Vastaus: } 0.58$$

P5. Sinun pitää matkustaa lentäen Helsingistä Ouagadougouun Tukholman ja Pariisin kautta. Helsingissä, Tukholmassa ja Pariisissa sinulla on 10%:n todennäköisyys myöhästyä lentokoneesta (siis olettaen, että olet tullut niin pitkälle) jolloin et pääse eteenpäin.

- (a) Millä todennäköisyydellä saavut perille Ouagadougouun?
- (b) Millä todennäköisyydellä jäät Tukholmaan?
- (c) Olettaen, ettet pääse perille Ouagadougouun, millä todennäköisyydellä jäät Tukholmaan?

Vastaus: 0.729, 0.09, ≈ 0.33 .