Aalto-universitetet

MS-A0409 Grundkurs i diskret matematik Gripenberg
Övning 6
Vecka 42, 16.10–18.10.2013
Teori för dessa uppgifter finns också i Biggs: 15,16, 17

Returnera lösningarna till I-uppgifterna senast 22.10.2013 kl. 16.30
Kom ihåg att skriva ditt namn och studentnummer!

I1. Antag att ett antal studerande skall delta i tenter i kurserna A-1,..., A-6 enligt följande:

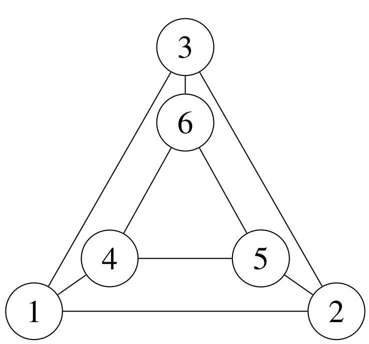
Stud. 1	A-2	A-4	
Stud. 2	A-1	A-2	A-3
Stud. 3	A-3	A-4	
Stud. 4	A-2	A-5	A-6

Rita en graf med noder A-j så att det finns en båge mella A-j och A-k om och endast om det finns åtmintone en studerande som skall delta i tenten i både A-j och A-k. Bestäm det kromatiska talet för grafen, dvs. det minsta antal färger med vilka noderna kan färgas så att två noder mellan vilka det finns en båge har olika färger. Vad säger detta tal?

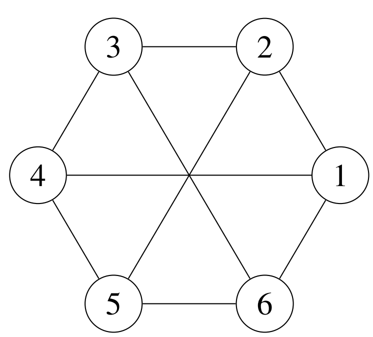
I2. I en låda finns till en början 5 vita och 5 svarta bollar. Man plockar slumpmässigt en boll ur lådan och om den är vit lägger man en svart boll i lådan (den vita läggs alltså inte tillbaka) och om den är svart lägger man ingen boll tillbaka i lådan. Detta görs ytterligare två gånger. Rita ett träd som beskriver denna procedur och ge bågarna en vikt som är sannolikheten ($\frac{a}{a+b}$ eller $\frac{b}{a+b}$ om a är antalet vita och b antalet svarta bollar) för just det fallet. Skriv i noderna antalet svarta och antalet vita bollar. Beräkna sannolikheten för att det till slut (efter att man alltså plockat och eventuellt satt tillbaka en boll tre gånger) finns 6 svarta bollar i lådan. Sannolikheten fås genom att multiplicera vikterna för bågarna från startnoden till varje slutnod med 6 svarta bollar, och sedan addera dessa sannolikheter.

Svar: $\frac{1607}{4050} \approx 0.4$

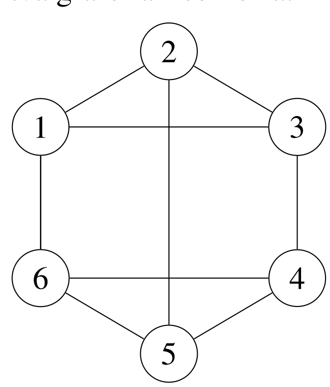
I3. Två grafer $[V, E]$ och $[V', E']$ är isomorfa (dvs. det är frågan om "samma" graf) om det finns en bijektion $f : V \to V'$ så att det finns en båge i V mellan noderna a och $b \in V$ om och endast om det finns en båge i V' mellan $f(a)$ och $f(b)$. Vilka av följande grafer är isomorfa och vilka är inte det? Motivera ditt svar och ge bijektionen i det fall att två grafer är isomorfa.



(a)

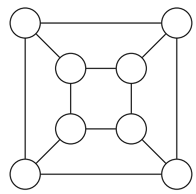


(b)



(c)

I4. Ordna noderna (dvs. numrera dem) i ”kub-grafen”



på tre olika sätt så att den giriga algortimen för att färga noderna kräver 2, 3 och 4 färger.

I5. Antag att det i en icke-riktad graf inte finns några bågar från någon nod till den själv (dvs. det är frågan om en sk. enkel graf). Antag också att det finns en nod med ett udda antal grannar. Beskriv en algoritm som ger en väg från denna nod till en annan nod med med ett udda antal grannar och förklara varför den fungerar.

Besvara Stack-uppgifterna (`stack3.aalto.fi/course/view.php?id=15`)
senast 22.10.2013 kl. 16.30
