Teknillinen korkeakoulu Alestalo/Laiho
Matematiikka

Mat-1.433/443 Matematiikan peruskurssi K3/P3, syksy 2001
1. välikoe 15.10.2000 klo 16-19

Täytä huolellisesti kaikki vaaditut tiedot jokaiseen vastauspaperiin.

Vain funktiolaskimet ovat sallittuja!

1. a) Määritä yhtälön $z^4 = 16i$ kaikki ratkaisut $z \in \mathbf{C}$. Vastaukset voi antaa polaarimuodossa.
   b) Määritä seuraavien kompleksilukujen reaali- ja imaginaariosat:
   $\dfrac{1}{1+i}$, $\cos(\pi i)$ ja $\ln(-2+2i)$.

2. a) Oletetaan, että u ja v ovat koko tasossa $\mathbf{R}^2$ kahdesti jatkuvasti derivoituvia funktioita, joille Cauchyn ja Riemannin yhtälöt $u_x = v_y$ ja $v_x = -u_y$ ovat voimassa. Osoita, että u on harmoninen funktio, eli että $u_{xx} + u_{yy} = 0$.
   b) Määritä funktion $u(x, y) = x^2 - 2x - y^2$ harmoninen konjugaattifunktio v.
   c) Oletetaan, että analyyttisen funktion $f(x + iy) = u(x, y) + iv(x, y)$ reaaliosa $u(x, y)$ on vakiofunktio. Osoita, että f on vakiofunktio.

3. Muodosta matriisin
   $$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 3 \\ 2 & 6 & 5 \end{bmatrix}$$
   LU-hajotelma ja ratkaise hajotelmaa käyttämällä yhtälöryhmä $A\mathbf{x} = [1, -1, 1]^T$.

4. Määritä pinnan $2x_1^2 + 2x_2^2 + 2x_3^2 + 2x_2x_3 = 12$ yhtälö pääakselikoordinaatistossa sekä pääakseleiden suunnat.