Institutionen för matematik
Tekniska högskolan
Metsalo

# Mat-1.451 / Mat-1.1510 Svenskspråkig grundkurs i matematik 1

## Tentamen, 12.5.2008

Fyll i tydligt *på varje svarpapper* samtliga uppgifter. På *förhörskod och -namn* skriv kursens kod, namn samt *slutförhör* eller *mellanförhör* med ordningsnummer. Utbildningsprogrammen är ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

Ange TYDLIGT om det är Mat-1.451 (gamla Grundkurs 1, som förelästes sista gången hösten -04; 6sv) eller Mat-1.1510 (nya Grundkurs 1, som förelästes första gången hösten -05; 10sp) som ni skriver! Vid denna tentamen får varken räknare eller tabellsamlingar användas. Om ni misstänker att det förekommer något tryckfel, fråga!

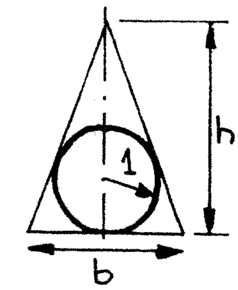
1a) Visa med hjälp av induktion att
$\sum_{k=0}^{n} k = 0 + 1 + 2 + \ldots + (n-1) + n = n(n+1)/2$. (3p.)

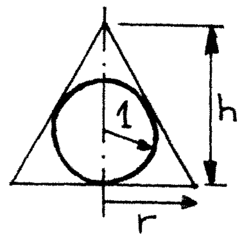
1b)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Lös ekvationssystemet $A\vec{x} = \vec{b}$. (3p.)

2. a) Visa att av alla likbenta trianglar, i vilken en cirkel med radien 1 får plats, är det den liksidiga triangeln med höjden 3, som har den minsta arean. (3p.)
b) Nu attackerar vi motsvarande problem i 3 dimensioner: Bestäm radien $r$ och höjden $h$ hos den räta cirkulära konen med den minsta volymen, i vilken ett klot med radien 1 får plats. (3p.)



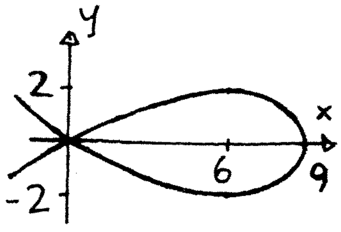




3.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{e^x - 1} & , x \neq 0 \\ a & , x = 0 \end{cases}$$

a) Bestäm talet $a$ så att funktionen $f$ blir kontinuerlig i origo. (3p.)
b) Visa att med detta värde på $a$ blir $f$ även differentierbar i origo och bestäm $f'(0)$ i det fallet. (3p.)

4. Kurvan $27y^2 = x^2(9-x)$ bildar en ögla som i figuren nedan.
a) Låt öglan rotera kring $x$-axeln och beräkna volymen hos den droppformade kroppen, som därvid uppstår. (3p.) (Svar: $V \approx 64$)
b) Beräkna arean hos begränsningsytan till denna droppformade kropp. (3p.) (Svar: $A \approx 85$)




$27y^2 = x^2(9-x)$

5a) Beräkna $\int_0^{\pi} t \cdot \sin(t)dt$. (3p.)

5b) Bestäm lösningen till differentialekvationen
$x \cdot y'(x) + 2y(x) = 0$ för $x > 0$, som
satisfierar begynnelsevillkoret $y(2) = 3$. (3p.)