

Mat-1.451 / Mat-1.1510 Svenskspråkig grundkurs i matematik 1

Tentamen, 14.1.2008

Fyll i tydligt på varje svarspapper samtliga uppgifter. På förhörskod och -namn skriv kursens kod, namn samt slutförhör eller mellanförhör med ordningsnummer. Utbildningsprogrammen är ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

Ange TYDLIGT om det är Mat-1.451 (gamla Grundkurs 1, som förelästes sista gången hösten -04; 6sv) eller Mat-1.1510 (nya Grundkurs 1, som förelästes första gången hösten -05; 10sp) som ni skriver! Vid denna tentamen får varken räknare eller tabellsamlingar användas. Om ni misstänker att det förekommer något tryckfel, fråga!

I uppgifterna 1, 2, 3 och 5 kan man ANTINGEN lösa a)-delen ELLER b)-delen. Observera, att delarna ger olika antal poäng!

1a)

$$A = \begin{bmatrix} 11 & -1 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}, \vec{u} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}, \vec{v} = \begin{bmatrix} -2 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Beräkna i) $A^T - 2B$, ii) $\vec{u}^T B$ och iii) $\vec{u}\vec{v}^T - \vec{v}\vec{u}^T$ (3p.)

1b)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & \alpha \\ -1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \\ \alpha & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}, \vec{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \\ 5 \\ 4 \end{bmatrix}$$

För ett visst värde på parametern α har det linjära ekvationssystemet $A\vec{x} = \vec{b}$ oändligt många lösningar. Bestäm detta α -värde samt alla lösningarna till ekvationssystemet för detta α -värde. (6p.)

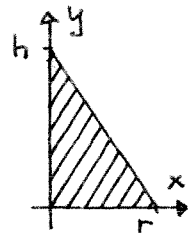
2a) $z_1 = 2 + i, z_2 = 3 - 4i$. Bestäm i) $iz_1 + 2\bar{z}_2$, ii) $z_1 \cdot z_2$ och iii) z_2/z_1 på formen $x + iy$. (3p.)

2b) För vilka punkter $z = x + iy$ i komplexa talplanet är $\frac{z+6i}{z-8}$ i) reellt, ii) rent imaginärt? (6p.)

3a) Bestäm 2:a gradens Taylor-polynom $P_2(x)$ till $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$ utvecklad i punkten $x = 1$. (3p.)

3b) Bestäm punkten på kurvan $x^2y^4 = 1$ i 4:e kvadranten (där $y < 0 < x$), som är närmast origo. (6p.)

4. Då den skuggade triangeln i figuren till höger roterar kring y -axeln, uppstår en rät cirkulär kon med radien r och höjden h . Dess volym är som bekant $V = \pi r^2 h/3$. Bekräfta detta genom att beräkna konens volym mha. i) tvärsnittsmetoden och ii) metoden med cylindriska skal. (6p.)
(Märk: i denna uppgift finns det ingen a)- och b)-del. Bägge deluppgifterna kan (och bör!) attackeras.)



5a) Visa att $y(x) = Ce^{-3x}$ är en lösning till differential-ekvationen $y''(x) + 6y'(x) + 9y(x) = 0$ för varje val av konstanten C . (3p.)

5b) Bestäm allmänna lösningen till differential-ekvationen $y''(x) + 6y'(x) + 9y(x) = 0$ genom att ansätta att lösningen är på formen $y(x) = C(x)e^{-3x}$ för någon (än så länge okänd) funktion $C(x)$, härleda diff.ekvationen som $C(x)$ måste satisfiera för att $y(x)$ skall vara en lösning till den ursprungliga diff.ekvationen, bestämma $C(x)$ genom att lösa denna härledda diff.ekvation och slutligen få den allmänna lösningen $y(x) = C(x)e^{-3x}$. (6p.)