Institutionen för matematik
Tekniska högskolan

Metsalo

Mat-1.1510 Svenskspråkig grundkurs i matematik 1

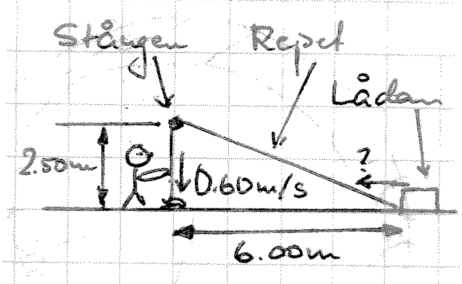
Mellanförhör nr 2, 20.11.2007

Fyll i tydligt *på varje svarpapper* samtliga uppgifter. På *förhörskod och -namn* skriv kursens kod, namn samt *slutförhör* eller *mellanförhör* med ordningsnummer. Utbildningsprogrammen är ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

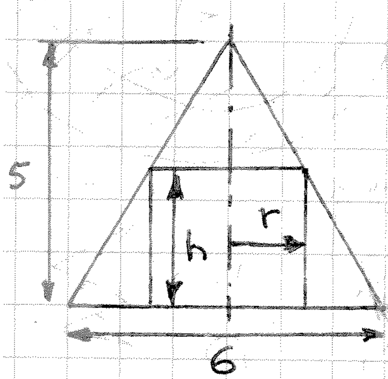
Observera att olika uppgifter kan ge olika antal poäng!
Vid detta mellanförhör får vanliga funktionsräknare användas.
Tabellsamlingar och mer avancerade räknare får inte användas.
Om ni misstänker att det förekommer något tryckfel, fråga!

1. Bestäm maximala och minimala värdet hos den kontinuerliga funktionen $f(x) = x^4 - 8x^3 + 18x^2 - 11$ i det slutna, begränsade intervallet $[-1, 4]$. (3p.)

2. Svakar försöker släpa en tung låda över golvet. Han har fäst ett rep i lådan och slängt repets andra ända över en stång på höjden $2.50m$ över golvet (där han brukar gymnastisera och torka skjortor). Svakar står rakt under stången och förmår att dra in repet med farten $0.60m/s$. Med vilken fart kommer lådan mot Svakar i det ögonblicket, då den befinner sig på avståndet $6.00m$ från honom. (3p.)

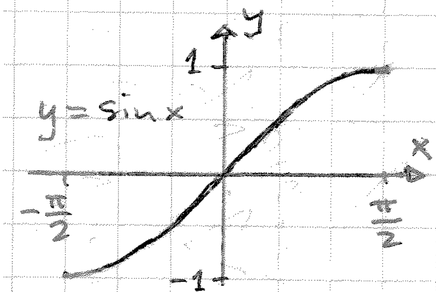


3. Bestäm radien r och höjden h hos den räta cirkulära cylindern med maximal volym, som får plats i en rät, cirkulär kon med diametern 6 och höjden 5 som i figuren till höger. (6p.)



4. Ekvationen $\ln x + e^y + \sin(xy) = 1$ bestämmer implicit en funktion $y = f(x)$ i en omgivning av punkten $(1, 0)$ sådan att $f(1) = 0$. Beräkna $f'(1)$ och $f''(1)$. (6p.)

5. Produkten $f \cdot g$ av två funktioner f och g definieras via $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$. Visa att om f och g är differentierbara i punkten x_0 (dvs. om $f'(x_0)$ och $g'(x_0)$ bägge existerar), så är även $f \cdot g$ differentierbar i x_0 och $(f \cdot g)'(x_0) = f'(x_0) \cdot g(x_0) + f(x_0) \cdot g'(x_0)$. (Det är alltså deriveringsregeln för en produkt, som skall visas. Räkneregler för gränsvärden får antas vara kända.) (3p.)



6. Sinus-funktionen $\sin : [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \to [-1, 1]$ är bijektiv, kontinuerlig och strängt växande och har följdaktligen en inversfunktion $\arcsin : [-1, 1] \to [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ (ofta betecknad $\sin^{-1}$), som även den är bijektiv, kontinuerlig och strängt växande. Visa utgående från sinus-funktionens egenskaper att inversfunktionens derivata måste vara $\frac{d}{dx}(\arcsin x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ för $x \in]-1, 1[$. (3p.)