Institutionen för matematik
Tekniska högskolan

Metsalo

Mat-1.1510 Svenskspråkig grundkurs i matematik 1

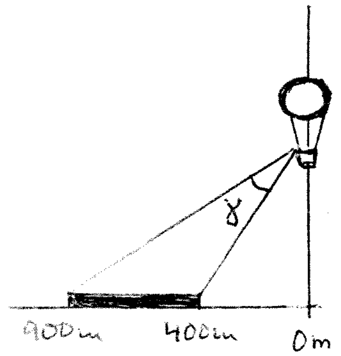
Mellanförhör nr 2, 21.11.2006

Fyll i tydligt *på varje svarpapper* samtliga uppgifter. På *förhörskod och -namn* skriv kursens kod, namn samt *slutförhör* eller *mellanförhör* med ordningsnummer. Utbildningsprogrammen är ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

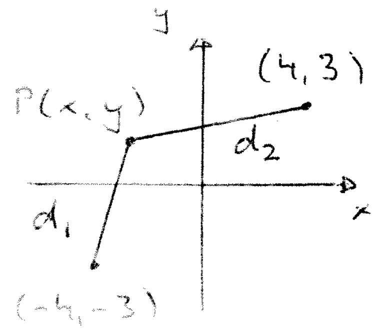
Vid detta mellanförhör får vanliga funktionsräknare användas.
Tabellsamlingar och mer avancerade räknare får inte användas.
Om ni misstänker att det förekommer något tryckfel, fråga!

1. De trigonometriska funktionerna sin och cos definieras mha. enhetscirkeln och satisfierar som bekant bl.a.
i) $(\cos\gamma)^2 + (\sin\gamma)^2 = 1$
ii) $\sin(\beta - \alpha) = \sin\beta \cdot \cos\alpha - \cos\beta \cdot \sin\alpha$
iii) $\cos(\beta - \alpha) = \cos\beta \cdot \cos\alpha + \sin\beta \cdot \sin\alpha$
$\left(\Rightarrow \tan(\beta - \alpha) = \frac{\sin(\beta-\alpha)/(\cos\beta\cdot\cos\alpha)}{\cos(\beta-\alpha)/(\cos\beta\cdot\cos\alpha)} = \frac{\tan\beta - \tan\alpha}{1+\tan\beta\cdot\tan\alpha}\right)$
De hyperboliska funktionerna sinh och cosh definieras mha. exponentialfunktionen via $\sinh x = (e^x - e^{-x})/2, \cosh x = (e^x + e^{-x})/2$. Visa att sinh och cosh satisfierar
a) $(\cosh w)^2 - (\sinh w)^2 = 1$
b) $\sinh(v - u) = \sinh v \cdot \cosh u - \cosh v \cdot \sinh u$
c) $\cosh(v - u) = \cosh v \cdot \cosh u - \sinh v \cdot \sinh u$.

2. En ballongfarare följer under uppstigningen en stengärdsgård med blicken. Gärdsgården är $500m$ lång, börjar $400m$ från uppstigningsplatsen och går rakt ut. På vilken höjd kommer vinkeln γ, som gärdsgården upptar i ballongfararens synfält att vara störst?



3. För punkten $P(x, y)$ låter vi d_1 beteckna avståndet från P till $(-4, -3)$ och d_2 avståndet från P till $(4, 3)$. Kurvan C består av alla punkter P sådana att $d_1 \cdot d_2 = 20\sqrt{2}$.
a) Visa att C har ekvationen $(x^2+y^2)^2 = 14(x^2-y^2)+96xy+175$. (2p.)
b) Kurvan går genom punkterna $(2, -1)$ oxh $(2, 5)$. Bestäm kurvans lutning i dessa två punkter. (4p.)



4. Multiplikativa inversen $1/g$ av en funktion g definieras via $(1/g)(x) = 1/g(x)$. Visa att om g är differentierbar i punkten c (dvs. om $g'(c)$ existerar) och $g(c) \neq 0$ (så $1/g$ är definierad i punkten c), så är även $1/g$ differentierbar i punkten c och $(1/g)'(c) = -g'(c)/(g(c))^2$. (Det är alltså denna deriveringsregel, som skall visas. Ur denna fås i sin tur kvotens derivata: $(f/g)' = (f' \cdot g - f \cdot g')/(g)^2$. Räkneregler för gränsvärden får antas vara kända.)