Institutionen för matematik
Tekniska högskolan

Metsalo

Mat-1.1510 Svenskspråkig grundkurs i matematik 1

Mellanförhör nr 1, 16.10.2007

Fyll i tydligt *på varje svarpapper* samtliga uppgifter. På *förhörskod och -namn* skriv kursens kod, namn samt *slutförhör* eller *mellanförhör* med ordningsnummer. Utbildningsprogrammen är ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

Observera att olika uppgifter kan ge olika antal poäng!
Vid detta mellanförhör får vanliga funktionsräknare användas.
Tabellsamlingar och mer avancerade räknare får inte användas.
Om ni misstänker att det förekommer något tryckfel, fråga!

1.
$$A = \begin{bmatrix} 0 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 4 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}, \bar{u} = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}, \bar{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix}$$

   Beräkna a) $A + B^T$, b) $\bar{u}\bar{v}^T$, c) $\bar{u}^T B \bar{v}$. (3p.)

2. Bestäm $\sqrt{-2i}$, dvs. bestäm alla komplexa tal z på formen $z = x + iy$ sådana att $z^2 = -2i$. (Förenkla svaret! Lämna t.ex. inte uttryck på formen $\sqrt{9}$ eller $\cos 0$, utan skriv i stället 3 respektive 1.) (3p.)

3. Visa att $1 * 3 + 3 * 5 + \ldots + (2n-1) * (2n+1) = \frac{n}{3}(4n^2 + 6n - 1)$ för $n = 1, 2, 3, \ldots$. (6p.)

4. Lös det linjära ekvationssystemet (6p.)
$$\begin{cases} \quad\ \ 2y + 5z = 3 \\ 2x - 4y + z = -1 \\ x - y + 3z = 1 \\ x + y + 8z = 4 \end{cases}$$

5. Låt A vara en inverterbar $n \times n$-matris. Visa att i så fall är $det(A^{-1}) = (det(A))^{-1}$. Förklara vilka egenskaper hos matriser och hos determinanten som används och var de används. (3p.)

6. Låt A vara en inverterbar $n \times n$-matris. Visa att i så fall är även A:s transponatmatris A^T inverterbar och att $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$. (3p.)