

Mat-1.1510 Svenskspråkig grundkurs i matematik 1

Mellanförhör nr 1, 17.10.2006

Fyll i tydligt på varje svarpapper samtliga uppgifter. På förhörskod och -namn skriv kursens kod, namn samt slutförhör eller mellanförhör med ordningsnummer. Utbildningsprogrammen är ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

Vid detta mellanförhör får vanliga funktionsräknare användas.
Tabellsamlingar och mer avancerade räknare får inte användas.
Om ni misstänker att det förekommer något tryckfel, fråga!

1. Lös det linjära ekvationssystemet

$$\begin{cases} a - b + 5c + 7d = -1 \\ 3a \quad \quad - 2c + 5d = 1 \\ 4a - b + 3c + 12d = 0 \\ -2a + b - 4c \quad \quad = 1 \\ \quad \quad b - 5c + 3d = 2 \end{cases}$$

2. Visa att $\sum_{k=0}^n k^2 = 0^2 + 1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = n(n+1)(2n+1)/6$ för $n = 0, 1, 2, \dots$
3. a) Visa att det inte finns några reella tal α och β sådana att $\frac{1}{\alpha+\beta} = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$
b) Ge två komplexa tal α och β sådana att $\frac{1}{\alpha+\beta} = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$
4. a) Förklara vad som menas med att en mängd vektorer i ett reellt vektorrum bildar en *bas* för vektorrummet.
b) En kvadratisk matris A är *symmetrisk*, om $A^T = A$. Visa att de tre reella symmetriska 2×2 -matriserna

$$M_1 = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, M_2 = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \text{ och } M_3 = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$

bildar en bas för vektorrummet bestående av reella symmetriska 2×2 -matriser.