

MS-A0409 Grundkurs i diskret matematik
Mellanförhör 1, 2.10.2013

Skriv ditt namn, nummer och övriga uppgifter på varje papper!
Räknare eller tabeller får **inte** användas i detta prov!

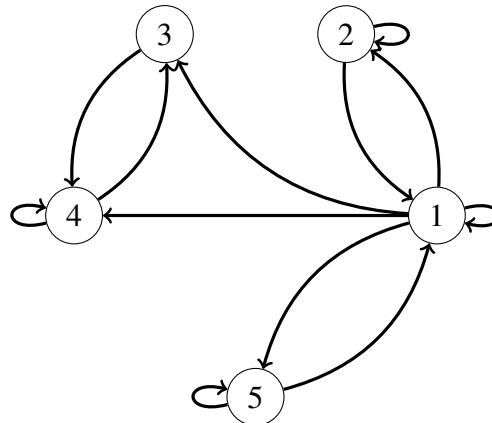
1. (6p) Visa med hjälp av induktion att

$$\prod_{i=1}^n \left(1 + \frac{1}{i}\right)^i \stackrel{\text{def}}{=} \left(1 + \frac{1}{1}\right)^1 \left(1 + \frac{1}{2}\right)^2 \dots \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = \frac{(n+1)^n}{n!}, \quad n \geq 1.$$

2. (6p) Vilka av följande satser är sanna och vilka falska? Motivera kort dina svar genom att förklara vad satsen säger och sedan varför den är sann eller falsk. Här är \mathbb{Z} mängden heltal, $\mathbb{N}_+ = \{n \in \mathbb{Z} : n \geq 1\}$ och normala aritmetiska beteckningar används.

- (a) $\forall x (\exists y (x \in \mathbb{Z} \rightarrow (y \in \mathbb{Z} \ \& \ x + y \in \mathbb{N}_+)))$
- (b) $\forall x ((x \in \mathbb{Z} \ \& \ x^2 = 3) \rightarrow x < -10)$
- (c) $\exists x (! (x \in \mathbb{N}_+ \rightarrow x - 1 \in \mathbb{N}_+))$

3. (4p) En relation W i $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ definieras med följande riktade graf så att det finns en båge från nod j till nod k om och endast om $[j, k] \in W$, (dvs. jWk).



Förklara varför relationen inte är reflexiv, inte symmetrisk och inte heller transitiv.

4. (4p) På hur många sätt kan man ordna bokstäverna A, B, C, D, E och F så att A kommer före C ? Förklara hur du resonerat.

5. (4p) Ur ett lager delas 7 läroböcker i matematik ut till 5 personer. På hur många sätt kan detta göras om böckerna kan anses vara identiska men mottagarna inte är det. Förklara hur du resonerat.