

1. Osoita, että  $SO(n)$  ja  $O(n)^- := \{A \in O(n) / \det A = -1\}$  ovat avoimia ja suljettuja  $O(n)$ :ssä.
2. Olkoon  $A \in M_n(\mathbb{K})$  yläkääntäjämatrisi  $i.e. A_{ij} = 0 \ \forall i > j$ .  
Osoita, että  
 $UT_n(\mathbb{K}) = \{A \in GL_n(\mathbb{K}) / A \text{ on yläkääntäjämatrisi}\}$   
on matrisiryhmä. Osoita, että  $UT_n(\mathbb{K})$  ei ole suljettu  $M_n(\mathbb{K})$ :ssä.
3. Osoita, että  $SO(3)$  on polkuviiva  $i.e. \forall A, B \in SO(3)$  yhdistettävissä (jatkuvalta) polulta  $\mu: [a, b] \rightarrow SO(3)$  se.  
 $\mu(a) = A, \mu(b) = B$ .
4. Osoita, että matrisiryhmän  $G$  tangenttitarveus "jokessa"  
 $A \in G$  on  
 $T_A G = \{BA / B \in \mathfrak{g}(G)\} = \{AB / B \in \mathfrak{g}(G)\}$ .
5. a) Formuloi ja todista luennolla esitetty lauseen 5.2.5 raschine tapauksessa  $\mathbb{K} = \mathbb{H}$ .  
b) Määritä  $sl_n(\mathbb{H})$ .
6. Täydennä luennolla esitetyn lauseen 5.4.2. todistus tapauksissa  $\mathbb{K} = \mathbb{C}$  ja  $\mathbb{H}$ .