

Peltonen / Dahl

1) Olkoon  $G \in \{SO(n), U(n), SU(n), Sp(n)\}$  ja  $T \in G$  standardi maksimaalinen torus. Osoita, että jos  $g \in G$  kommutoi jonkin  $T$ :n säännöllisen alkion kanssa, niin  $g \in T$ .

2) Olkoon HCG ryhmän  $G$  aliryhmä. H:n normalisaattori on  $N(H) := \{g \in G \mid gHg^{-1} = H\}$ . Osoita, että  $N(H)$  on  $G$ :n aliryhmä ja että  $H$  on  $N(H)$ :n normaali aliryhmä.

3) Osoita, että  $Sp(1)$ :n standardin maksimaalisen toruksen  $T$  normalisaattori on  $N(T) = T \cup (T \cdot j)$ .

4) Osoita, että  $SO(3)$ :n standardin maksimaalisen toruksen  $T$  normalisaattori on

$$N(T) = T \cup \left\{ \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ \sin \theta & -\cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \mid \theta \in [0, 2\pi) \right\}$$

5) Määritä Heisenbergin ryhmän  $Heis_{\mathbb{H}}$  Lien algebran  $heis_{\mathbb{H}}$  Lien halakatelo. Jos  $\{E_i\}_{i=1}^6$  on  $\mathbb{R}^6$ :n standardi kanta, niin kuinka monta kantavektoria tarvitaan, että koko  $heis_{\mathbb{H}}$  tulee n'itekyä muotoa  $E_i, [E_i, E_j], [[E_i, E_j], E_k]$  olevilla relatoilla?