

Käyrät ja pinnat

Peltinen/Perkkiö

- 1) Osoita, että polku $t \mapsto ((1+2\cos t)\cos t, (1+2\cos t)\sin t)$ on säännöllinen s.e. $\gamma(t+2\pi) = \gamma(t) \quad \forall t \in \mathbb{R}$, mutta γ ei ole yksinkertainen suljettu polku.
- 2) Soveltamalla isoperimetristä epäyhtälöä ellipsin $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (a, b > 0)$ osoita, että pituus epäyhtälö $\int_0^{2\pi} \sqrt{a^2 \sin^2 t + b^2 \cos^2 t} dt \geq 2\pi \sqrt{ab}$ ja " = " täsmälleen kun $a = b$.
- 3) Osoita, että ellipsi on konvekssi (vihje: epäyhtälöstä $2xy \leq x^2 + y^2$ on iloa).
- 4) Osoita, että tasopinnan kärkipisteen määntelmä on riippumaton parametrissa.
- 5) Osoita, että tehtävän 1) polulla on vain kaksi kärkipistettä.
- 6) Väittämättä täsmällisestä todistamisesta girra yksinkertainen, suljettu, konvekssi käyrä, jolla arvelet olevan
 - a) 4 kärkipistettä
 - b) 6 kärkipistettä
 - c) 8 kärkipistettä