Tietokoneharjoitus 2

P1, syksy 2011

Pekka Alestalo

Tällä kertaa esimerkkien vastaukset eivät ole suoraan näkyvillä, vaan joudut suorittamaan käskyt itse
(kursori oikealle riville ja paina Enter).
Klikkaa kolmiota avataksesi ko. kohdan.

Yhtälön ratkaiseminen

Esimerkkejä:

> $yhtalo1 := x^2 + 2 \cdot x - 8 = 0$

> $ratkaisut := solve(yhtalo1)$

> $x1 := ratkaisut[1]; x2 := ratkaisut[2]$

> $subs(x = x1, yhtalo1)$

> x

Muuttujan x arvo ei muutu sijoituksessa.

> $yhtalo2 := x^3 + 2 \cdot x + 8 = 0$

> $solve(yhtalo2)$

> $fsolve(yhtalo2)$

> $fsolve(yhtalo2, x, complex)$

> $yhtalot3 := x + y = 3, x - y = 6$

> $solve(\{yhtalot3\})$

> x, y

solve-käsky ei muuta symbolien arvoja.

> $assign(\%\%)$

> x, y

Tämä on eräs tapa kiinnittää muuttujien arvot.

Tehtävä: Ratkaise yhtälö $x^3 + x^2 - x = 0$ ja osoita sijoittamalla, että negatiivinen tulos todella
toteuttaa yhtälön.

> $restart$

>

>

>

>

>

>

>

Tehtävä: Ratkaise numeerisesti yhtälö $\tan(x) = \frac{1}{x}$. Määritä se ratkaisu, joka sijaitsee välillä [0,1].
Vihje: fsolve(yhtälö,x=a..b)

>

>

>

>

>

>

>

Iterointi ja toistokäsky: tämä jää viimeiseksi tehtävien 2-3 jälkeen, jos on aikaa

Esimerkki: Viime viikon tehtävässä ratkaistiin yhtälö $\tan(x) = \frac{1}{x}$ iteroimalla.
Kokeillaan samaa Maplella:

> $f := x \to \arctan\left(\frac{1}{x}\right)$

> $x[0] := 1$

> **for** k **from** 0 **to** 3 **do** *# tässä kohti painetaan Shift + Enter, jolloin rivi vaihtuu*
$x[k+1] := f(x[k])$
od

Tämä ei ollut tarkoitus, korjaa tilanne joko (i) muuttamalla alkuarvoksi 1.0, tai (ii) lisäämällä palautuskaavaan evalf-käsky.
Tee korjaukset yllä oleviin käskyhin, niin ei tarvitse kirjoittaa uudelleen.

Tehtävä: Totea kuvaajien avulla, että kiintopisteyhtälöllä $x = \sqrt[3]{1-x}$ on 1-käsitteinen ratkaisu välillä [0,1].
Mitä ratkaisua kohti kiintopisteiterointi suppenee, kun alkuarvona on 0, 1 tai 1/2?

Ratkaisu:

>

>

>

>

>

>

>

Funktion derivointi, max/min

Esimerkki: Maksimoidaan $x \cdot \sin(x)$ välillä $[0, \pi]$.

> $f := x \to x \cdot \sin(x)$

> $plot(f(x), x = 0..\mathrm{Pi})$

> $yhtalo := diff(f(x), x) = 0$

> $solve(yhtalo, x)$

Tarkalla ratkaisulla ei ole alkeisfunktiolauseketta.

> $x0 := fsolve(yhtalo, x = 0 .. \mathrm{Pi})$

> $maksimi := f(x0)$

Suoraan maximize/minimize:

> $maximize(f(x), x = 0 .. \mathrm{Pi})$

Ei ollutkaan aivan niin helppoa... Katso

> $?maximize$

> $maximize(x \cdot (4 - x), x = 0 .. 4, location)$

> $minimize(x \cdot (4 - x), x = 0 .. 4, location)$

Tehtävä: Määritä polynomin $p(x) = x^3 - 6 \cdot x^2 + 3 \cdot x + 6$ maksimi ja minimi välillä [-1,3].
Tarkista kuvaajasta, että tulokset ovat järkeviä.

>

>

>

>

>

>

Lauseke vs. funktio

Kaikkia funktioita voidaan käsitellä myös lausekkeina; tilanteesta riippuu, kumpi on
kätevämpää. Kokeile seuraavia käskyjä; tässä ei ole muuta varsinaista tehtävää.

> $restart$

> $P := x \rightarrow x^4$ *# määritellään P funktiona*

> $p := x^4$ *# määritellään p lausekkeena*

> $P(x)$

Käytännössä $P(x)$ on aivan sama kuin p.

> $P(2)$ *# arvojen laskeminen helppoa funktiolle*

> $subs(x = 2, p)$ *# hankalampaa lausekkeelle*

> $\mathrm{D}(P)$

> $\mathrm{D}(P)(1)$

> $diff(p, x)$

> $subs(x = 1, diff(p, x))$

> $diff(p, x, x)$

> $diff(p, x\$4)$

> $x\$4$

> $\mathrm{D}(\mathrm{D}(P))$

> $\mathrm{D}(\mathrm{D}(P))(1)$

Tehtävä 2

```
> restart
>
>
>
>
>
>
```

Tehtävä 3

```
> restart
>
>
>
>
>
```