

Mat-1.1410 Matematiikan peruskurssi P1, syksy 2011
Tietokoneharjoitus 1 viikolla 44 (31.10.-4.11.)

Harjoituksessa käytetään Maple-ohjelmaa. Ensimmäisen harjoituksen tavoitteena on tutustua ohjelman peruskäyttöön Viikkoharjoitukset-sivulla olevan työarkin avulla ja ratkaista sitten alla olevia tehtäviä, mikäli aikaa riittää.

Ota mukaasi (tämän paperin lisäksi) Viikkoharjoitukset-sivun Maple-pikaohje.

1. Klikkaa hiirellä Viikkoharjoitukset-sivun tiedostoa maple1.mw ja avaa se ohjelmalla Maple 15. Käy läpi työarkin tehtävät ja siirry sen jälkeen alla oleviin tehtäviin.

2. a) Kokeile Maplen voimia seuraavien sarjojen kohdalla:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}, \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{2^n}.$$

- b) Montako termiä hajaantuvasta sarjasta

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$$

on otettava mukaan, jotta vastaava osasumma olisi vähintään 100?
(sum, evalf, infinity)

3. Fibonaccin lukujono (f_n) määritellään alkuehdoilla $f_0 = 0$, $f_1 = 1$ ja palautuskaavalla $f_{n+2} = f_n + f_{n+1}$, kun $n \geq 2$. Samat luvut saadaan suoraan lausekkeesta

$$f_n = \frac{1}{\sqrt{5}}(\varphi^n - (-\varphi)^{-n})$$

arvolla $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$. Määrittele $f_n = f(n)$ funktiona ja osoita, että sekä alkuehdot että palautuskaava toteutuvat.

Vihje: Määrittele aluksi `phi := ...` Palautuskaavan kohdalla on helpompi osoittaa jokin lauseke nolaksi kuin verrata kahta hankalaa lauseketta.

(sqrt, simplify, expand)

4. a) Intialaisen matemaatikon Srinivasa Ramanujanin (1887–1920) keksimän kaavan mukaan

$$\frac{1}{\pi} = \frac{2\sqrt{2}}{9801} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(1103 + 26390n)(4n)!}{396^{4n}(n!)^4}.$$

Tutki (numeerisesti), monennenko osasumman avulla saadaan luvun $1/\pi$ likiarvo 50 desimaalin tarkkuudella.

- b) Määrittele sarjan yleinen termi $a_n = a(n)$ funktiona ja laske raja-arvo

$$q = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}.$$

Sarja suppenee siis suunnilleen samaa vauhtia kuin sellainen geometrinen sarja, jonka suhdeluku on q .

(Pi, sqrt, sum, evalf(luku, desimaalien lkm), limit)