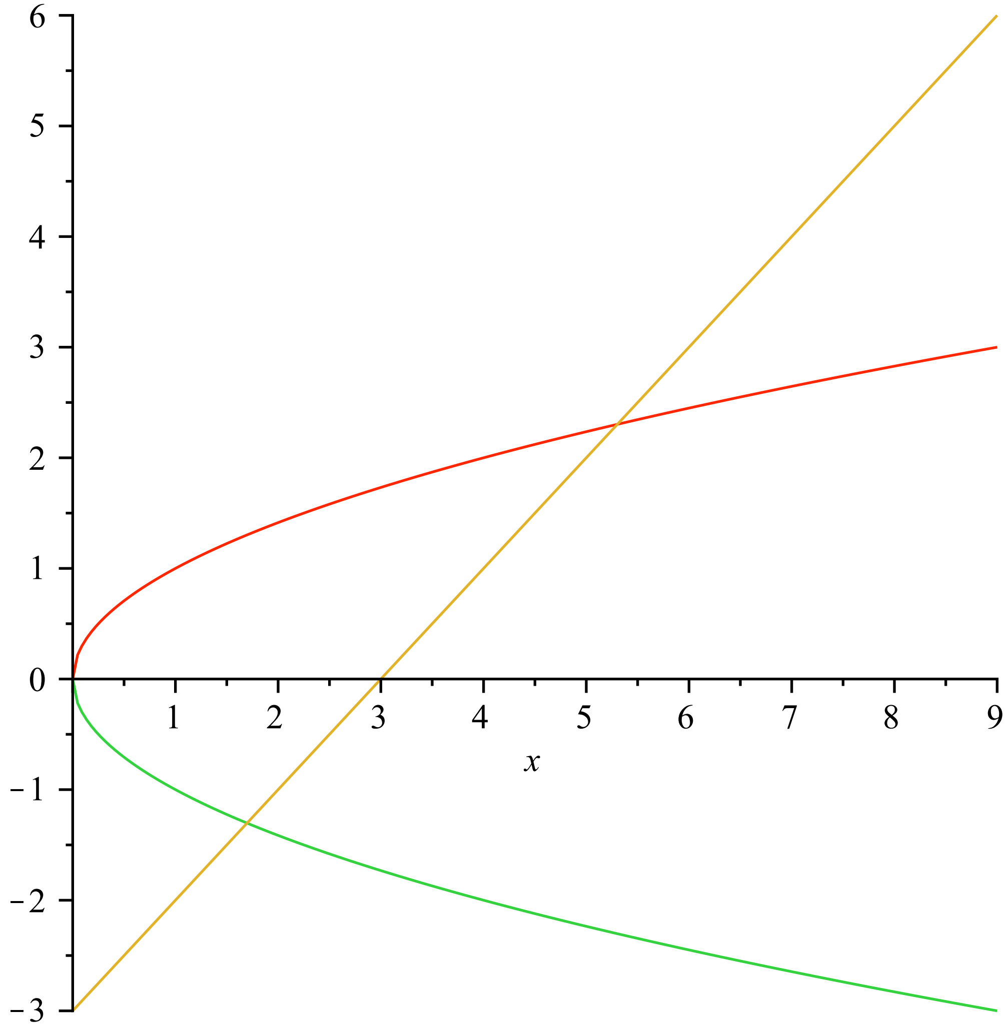
Määritä paraabelin $y^2 = x$ ja suoran $x - y = 3$ rajoittaman alueen pinta-ala?

Toki voitaisiin x ja y vaihtaa, kuvion kierto ja peilaus pystyakselin suhteen ei muuta alaa.
Tehdään tässä kuitenkin alkup. koordinaatistossa, mutta integroidaan "älykkäästi".

> $plot\left(\left[\sqrt{x}, -\sqrt{x}, x-3\right], x = 0..9\right)$



> $paraabeli := y^2 = x$

$$paraabeli := y^2 = x \quad (1)$$

> $suora := x - y = 3$

$$suora := x - y = 3 \quad (2)$$

> $solve(\{paraabeli, suora\}, \{x, y\})$

$$\{x = RootOf(\_Z^2 - \_Z - 3) + 3, y = RootOf(\_Z^2 - \_Z - 3)\} \quad (3)$$

> $ratk := map(allvalues, \%);$

$$ratk := \left\{x = \frac{7}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{13}, x = \frac{7}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{13}, y = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{13}, y = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{13}\right\} \quad (4)$$

> $ratk1 := ratk[[1, 3]]$

$$ratk1 := \left\{x = \frac{7}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{13}, y = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{13}\right\} \quad (5)$$

> $ratk2 := ratk[[2, 4]]$

$$ratk2 := \left\{x = \frac{7}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{13}, y = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{13}\right\} \quad (6)$$

>

Valittiin sillä perusteella, että pienemmän x:n kanssa on negat. y.
Huom! Tyoarkkia uudelleen ajettaessa ratk-joukon alkioiden järjestys saattaa vaihtua!

> $a := subs(ratk1, x); b := subs(ratk1, y);$

$$a := \frac{7}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{13}$$

$$b := \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{13} \quad (7)$$

> $c := subs(ratk2, x); d := subs(ratk2, y);$

$$c := \frac{7}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{13}$$

$$d := \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{13} \quad (8)$$

> $ala := \int_b^d ((y+3) - y^2)\,\mathrm{d}y$

$$ala := -\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{13}\right)^3 + \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{13}\right)^3 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{13}\right)^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{13}\right)^2 + 3\sqrt{13} \quad (9)$$

> $simplify(ala)$

$$\frac{13}{6}\sqrt{13} \quad (10)$$

>