

Luento 4 ti 18.9 L4Picard

V3 s. 01 16.9.2001

Picardin iteraatio

Esim. KRE s. 57 EXA 3

```
> restart:  
> y[0]:=0: y[1]:=x+simplify(int(y[0]^2,t=0..x));  
y1 := x
```

(2.1)

Iteroidan manuaalisesti, vaikka for-silmukka odottaa soveltajaansa.

```
> y[2]:=x+expand(int(subs(x=t,y[1]^2),t=0..x));  
y3 := x + 1/3 x3  
y[3]:=x+expand(int(subs(x=t,y[2]^2),t=0..x));  
y4 := x + 1/63 x7 + 2/15 x5 + 1/3 x3  
y[4]:=x+expand(int(subs(x=t,y[3]^2),t=0..x));  
y5 := x + 1/59535 x15 + 4/12285 x13 + 134/51975 x11 + 38/2835 x9 + 17/315 x7 + 2/15 x5  
y[5]:=x+expand(int(subs(x=t,y[4]^2),t=0..x));  
y6 := x + 1/63 x7 + 2/15 x5 + 1/3 x3  
y[6]:=x+expand(int(subs(x=t,y[5]^2),t=0..x));  
y7 := x + 1/59535 x15 + 4/12285 x13 + 134/51975 x11 + 38/2835 x9 + 17/315 x7 + 2/15 x5
```

Estetään tulostus, alkaa paisua.

y₂ := x + $\frac{1}{3} x^3$
y₃ := x + $\frac{1}{63} x^7 + \frac{2}{15} x^5 + \frac{1}{3} x^3$
 $y_4 := x + \frac{1}{59535} x^{15} + \frac{4}{12285} x^{13} + \frac{134}{51975} x^{11} + \frac{38}{2835} x^9 + \frac{17}{315} x^7 + \frac{2}{15} x^5 + \frac{1}{3} x^3$

(2.2)

Näytetään nyt se for-rakennekin:

```
> restart:  
> y[0]:=0:  
> y[1]:=x+simplify(int(y[0]^2,t=0..x));  
y1 := x
```

(2.3)

```
>  
for k from 2 to 4 do  
y[k]:=x+expand(int(subs(x=t,y[k-1]^2),t=0..x));  
end do
```

y₂ := x + $\frac{1}{3} x^3$

$$\begin{aligned}
y_3 &:= x + \frac{1}{63}x^7 + \frac{2}{15}x^5 + \frac{1}{3}x^3 \\
y_4 &:= x + \frac{1}{59535}x^{15} + \frac{4}{12285}x^{13} + \frac{134}{51975}x^{11} + \frac{38}{2835}x^9 + \frac{17}{315}x^7 + \frac{2}{15}x^5 \\
&\quad + \frac{1}{3}x^3
\end{aligned} \tag{2.4}$$

Tekninen pulma: Miten saataisiin Maple järjestämään polynomi kasvavien potenssien mukaan. Komento **sort** tekee päinvastoin. No, onhan keinoja: Kehitetään sarjaksi, otetaan yhtä enemmän kuin polynomien asteluku, niin sadaan tarkasti.

```
> y[3]:=series(y[3],x=0,8); # Tämä siis vain sort-tarkoitukseen.
y[4]:=series(y[4],x=0,16);
```

$$\begin{aligned}
y_3 &:= x + \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{15}x^5 + \frac{1}{63}x^7 \\
y_4 &:= x + \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{15}x^5 + \frac{17}{315}x^7 + \frac{38}{2835}x^9 + \frac{134}{51975}x^{11} + \frac{4}{12285}x^{13} \\
&\quad + \frac{1}{59535}x^{15}
\end{aligned} \tag{2.5}$$

$$x + \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{15}x^5 + \frac{1}{63}x^7 \tag{2.6}$$

```
> series(tan(x),x=0,8); # Tässä ihan oikea tarkoitus.
```

$$x + \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{15}x^5 + \frac{17}{315}x^7 + O(x^8) \tag{2.7}$$

```
> plot([seq(y[j],j=0..3),tan(x)],x=-1..1,color=[red,blue,green,
black,red]);
```

