Mat-1.131 Kemian tekniikan matemaattiset menetelmät

Tentti 15.5.1995 **Apiola/Hakula**

Kirjoita selvästi jokaiseen koepaperiin eri riveille:
1) opintojakson nimi, päiväys;
2) opiskelijanumero+kirjain, TEKSTATEN sukunimi alleviivattuna, kaikki etunimet;
3) koulutusohjelma (Ke,Ko,M,Mk,P,R,S,Tf,Ti,Tu);
4) mahdolliset entiset nimet ja koulutusohjelmat;
5) nimikirjoitus.

1. Osoita, että vektorit $v_1 = (1,1,0), \quad v_2 = (0,1,1), \quad v_3 = (1,0,1)$ muodostavat R^3:n kannan.

   Mitkä ovat vektorin $(1,2,3)$ koordinaatit tässä kannassa?

2. Ratkaise systeemi

$$\begin{cases} x' = x + y \\ y' = x + y + e^{3t} \\ x(0) = 0, \quad y(0) = 0 \end{cases}$$

   kirjoittamalla se matriisimuotoon ja diagonalisoimalla ao. matriisi.

3. Laske funktion

$$\frac{s}{(s^2 + a^2)^2}$$

   Laplace-käänteismuunnos kirjoittamalla se sopivaksi tuloksi ja soveltamalla konvoluutiolausetta.

   Vihje: Jos joutuisit integroimaan muotoa $\sin at \cos bt$ olevaa tuloa, kannattaisi kenties muistella trigonometrian kaavoja:

   $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta,$

   joiden avulla olisi vaivatonta johtaa integrointiin sovelias muoto.

4. Ratkaise yhtälö

   $y'' + 3y' + 2y = r(t), y(0) = 0, \quad y'(0) = 0,$

   missä r on neliöaalto:

$$r(t) = \begin{cases} 1, 0 \leq t \leq 1 \\ 0, t > 1 \end{cases}$$

5. Ratkaise alkuarvotehtävä $y' = t^2 - y, \;\; y(0) = 1$ Eulerin menetelmällä. välillä $[0, 0.2]$ käyttäen a.) askelpitutta $h = 0.2$ (vain yksi jakoväli) ja b.) askelpituutta $h = 0.1$ (kaksi jakoväliä).

   Vertaa ratkaisua tarkkaan ratkaisuun pisteessä $t = 0.2$. Käyttäytyykö virhe odotetulla tavalla ($O(h)$), kun askelpituus puolitetaan?