Mat-1.131 Kemian tekniikan matemaattiset menetelmät

Tentti 16.5.1994 **Apiola**

Kirjoita selvästi jokaiseen koepaperiin eri riveille:
1) opintojakson nimi, päiväys;
2) opiskelijanumero+kirjain, TEKSTATEN sukunimi alleviivattuna, kaikki etunimet;
3) koulutusohjelma (Ke,Ko,M,Mk,P,R,S,Tf,Ti,Tu);
4) mahdolliset entiset nimet ja koulutusohjelmat;
5) nimikirjoitus.

1. Osoita, että jos A ja B ovat ei-singulaarisia (=kääntyviä) neliömatriiseja, niin AB on ei-singulaarinen ja $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.

2. Olkoon $A = \begin{bmatrix} 2.5 & 10 \\ 10 & 9.3 \end{bmatrix}$ Mitä voit sanoa matriisia päältäpäin katselemalla **a.)** ominaisarvoista, **b.)** ominaisvektoreista? Määritä ominaisarvot (4:n numeron tarkkuudella) ja ominaisvektorit (3:n numeron tarkkuudella).

3. Ratkaise systeemi

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} t \\ 1 \end{bmatrix}$$

   hyväksi katsomallasi menetelmällä.

4. Laske funktion f_1 Laplace muunnos ja funktion F_2 käänteismuunnos, kun

$$f_1(t) = \begin{cases} 0\,, & 0 \le t < 2 \\ 2\,, & 2 < t < 3 \\ -2\,, & 3 < t < 4 \\ 0\,, & t > 4 \end{cases} \qquad F_2(s) = \frac{1}{s^2(s^2+\omega^2)}$$

5. Tarkastellaan vaimennettua värähtelyä kuvaavaa systeemiä

$$y'' + 3y' + 2y = r(t), \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0,$$

   missä r on yksittäinen neliöaalto:

$$r(t) = \begin{cases} 1, & 0 \le t \le 1 \\ 0, & t > 1 \end{cases}$$

   Määrää tämän herätteen aiheuttama vaste (eli ratkaise systeemi).