Teknillinen korkeakoulu **Tuomela**

Mat-1.131 Kemian tekniikan matemaattiset menetelmät

tentti 13. 5. 1993

Kirjoita selvästi jokaiseen koepaperiin eri riveille:
1) opintojakson nimi, välikokeen numero, päiväys;
2) opiskelijanumero+kirjain, TEKSTATEN sukunimi alleviivattuna, kaikki etunimet;
3) koulutusohjelma (Ke,Ko,M,Mk,P,R,S,Tf,Ti,Tu);
4) mahdolliset entiset nimet ja koulutusohjelmat;
5) nimikirjoitus.

1. Anna selitykset seuraavista asioista
   - matriisinormi (1 p)
   - ominaisarvot ja niitten sijainnin arvioiminen Geršgorinin ympyröitten avulla (2 p)
   - maksimiperiaate (2 p)
   - ortogonaalimatriisi (1 p)

2. Tarkastellaan tehtävää

$$\ddot{x} + 3\dot{x} + 2x = 1 \qquad x(0) = 1 \qquad \dot{x}(0) = 0$$

   Ratkaise tehtävä Laplace muunnoksen avulla. Mikä on tehtävään liittyvä siirtofunktio? Ratkaisussa on kaksi osaa: transientti- ja steady-state-osa; mitkä nämä ovat ja mistä nimitys tulee?

3. Laske seuraavan tehtävän ominaisarvot ja -funktiot.

$$\begin{cases} -u'' = \lambda u \\ u(0) = 0 \qquad u'(1) = 0 \end{cases}$$

4. Ratkaise seuraava tehtävä differenssimentelmällä.

$$\begin{cases} -u_{xx} + 3u_x + u = 10\sin(\pi x^2) \\ u(0) = 1 \qquad u'(1) = 0 \end{cases}$$

Käytä askelpituutta $h = 1/4$.

5. Halutaan minimoida seuraavaa lauseketta.

$$\min_u J(u) = \int_0^1 (|u'(x)|^2 - \sqrt{x}u(x))dx$$

Mikä on tehtävään liittyvä Eulerin yhtälö?