**Mat-1.131 Kemian tekniikan matemaattiset menetelmät**

**Tentti 2.9.1994** **Apiola/Hakula**

Kirjoita selvästi jokaiseen koepaperiin eri riveille:
1) opintojakson nimi, päiväys;
2) opiskelijanumero+kirjain, TEKSTATEN sukunimi alleviivattuna, kaikki etunimet;
3) koulutusohjelma (Ke,Ko,M,Mk,P,R,S,Tf,Ti,Tu);
4) mahdolliset entiset nimet ja koulutusohjelmat;
5) nimikirjoitus.

1. Diagonalisoi matriisi $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$, ts. määrää $3 \times 3$-matriisi $P$ siten, että $P^{-1}AP$ on diagonaalimatriisi.

2. Määritä *Eulerin* menetelmällä likiarvo alkuarvotehtävän
$$x' = x^2 + tx, \quad x(0) = 1$$
ratkaisulle $x$ pisteessä $t = 0.3$, kun askelpituus $h = 0.1$.

3. Ratkaise systeemi
$$\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \dot{x} + \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} \sin t \\ \cos t \end{bmatrix}$$
alkuehdoin $x(0) = [0, 0]$, hyväksi katsomallasi menetelmällä.

4. Laske funktion $f_1$ Laplace muunnos ja funktion $F_2$ käänteismuunnos, kun
$$f_1(t) = \begin{cases} 0\ , & 0 \le t < 2 \\ 2\ , & 2 < t < 3 \\ -2\ , & 3 < t < 4 \\ 0\ , & t > 4 \end{cases} \qquad F_2(s) = \frac{1}{s^2(s^2 + \omega^2)}$$

5. Tarkastellaan vaimennettua värähtelyä kuvaavaa systeemiä
$$y'' + 3y' + 2y = r(t), \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0,$$
missä $r$ on yksittäinen neliöaalto:
$$r(t) = \begin{cases} 1, & 0 \le t \le 1 \\ 0, & t > 1 \end{cases}$$
Määrää tämän herätteen aiheuttama vaste (eli ratkaise systeemi).