## Mat-1.373 Matematiikan peruskurssi Y 3, syksy 1995

Apiola/Hakula

**2. välikoe 14.11. 1995**

Kirjoita selvästi jokaiseen koepaperiin eri riveille:
1) opintojakson nimi, päiväys;
2) opiskelijanumero+kirjain, TEKSTATEN sukunimi alleviivattuna, kaikki etunimet;
3) koulutusohjelma (Ke,Ko,M,Mk,P,R,S,Tf,Ti,Tu);
4) mahdolliset entiset nimet ja koulutusohjelmat;
5) nimikirjoitus.

---

**Mat-1.131 KeTeMa**-kurssin suorittajien tulee kirjoittaa **selvästi** koepaperiinsa, että kyse on tämän kurssin suorituksesta. Muussa tapauksessa suoritus katsotaan koko Y3-kurssiin kuuluvaksi.

---

1. Muunna yhtälö $x''-9x+x^3=0$ ensimmäisen kertaluvun ryhmäksi ja määritä krittiset pisteet. Selvitä linearisoimalla kunkin kriittisen pisteen luonne (erityisesti stabiilisuus). (Nimityksen muistaminen ei ole tärkeää, parempi on hahmotella kuvaan jokunen trajektori.)

2. a) Johda derivaatan Laplace-muunnosta koskeva kaava funktiolle $f$, jonka derivaatta on jatkuva ja eksponentiaalista kertalukua $\mathbf{R}_+ : ssa$ . (**3 p.**)

   b) Osoita, että $e^{t^2}$ ei ole eksponentiaalista kertalukua. (**2 p.**)

   c) Anna esimerkki funktiosta, joka on exp-kertalukua, mutta derivaatta ei ole. (**1 p.**)

3. Ratkaise Laplace-muunnosta käyttäen AA-tehtävä

   $$y''+3y'+2y=r(t), \quad y(0)=0, \quad y'(0)=0, \text{ missä } r(t)=\begin{cases}1, & 0<t<1\\ 0, & t>1\end{cases}$$

4. Muodosta funktion $f(x)=x^2, \quad x\in(-\pi,\pi)$ Fourier-sarja ja laske sen avulla sarjan $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}$ summa.

**Mukana** saa olla **ei**-ohjelmoitava laskin. Kokeessa **jaetaan** Laplace-taulukko (ja vähän Fourierkin)
**Huom!** Jaettavan taulukon lopussa on esitetty kosinisarjan kaava muodossa $\sum_{n=0}^{\infty}a_n...$, joka ainakin joitakuita tuntuu hämänneen. Koska $\cos 0=1$, niin se on ihan sama kuin luennolla ja oppikirjoissamme käytetty muoto: $a_0+\sum_{n=1}^{\infty}a_n...$,