Mat-1.373 Matematiikan peruskurssi Y 3, syksy 1995

Apiola/Hakula

1. välikoe 17.10. 1995

Kirjoita selvästi jokaiseen koepaperiin eri riveille:
1) opintojakson nimi, päiväys;
2) opiskelijanumero+kirjain, TEKSTATEN sukunimi alleviivattuna, kaikki etunimet;
3) koulutusohjelma (Ke,Ko,M,Mk,P,R,S,Tf,Ti,Tu);
4) mahdolliset entiset nimet ja koulutusohjelmat;
5) nimikirjoitus.

Mat-1.131 KeTeMa-kurssin suorittajien tulee kirjoittaa **selvästi** koepaperiinsa, että kyse on tämän kurssin suorituksesta. Muussa tapauksessa suoritus katsotaan koko Y3-kurssiin kuuluvaksi.

---

1. Laske sopivaa Taylorin polynomia ja siihen liittyvää virhetermiä hyväksi käyttäen likiarvo integraalille
$$\int_0^1 \sqrt{x}e^{x^2}dx$$
siten, että virheen itseisarvo on korkeintaan 0.007.

   Huom: Älä tee tehtävästä työläämpää kuin on tarpeen; osaathan integroida muotoa $\sqrt{x}p(x)$ olevan funktion, kun $p(x)$ on polynomi.

2. Tarkastellaan lineaarista 4×6 systeemiä $Ax = c$,
missä $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 4 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 4 & 3 & 1 \\ 1 & -3 & 0 & -4 & -2 & 1 \end{bmatrix}$.

   a) Suorita *Gaussin eliminaatiomenettely*, eli saata matriisi rivioperaatioilla yläkolmiomuotoon. (Ei siis tarvitse tehdä "alhaalta ylös"- rivioperaatioita.)

   b) Mikä on matriisin rangi?

   c) Osoita, että yhtälöryhmällä $Ax = c$ on ratkaisuja, olipa $c \in \mathbf{R}^4$ mikä tahansa vektori.

   d) Mikä on yhtälöryhmän ratkaisujen muodostaman aliavaruuden dimensio (eli kuinka monta vapaata parametria voidaan valita).

3. Määritä matriisin $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 5 \end{bmatrix}$
ominaisarvot ja ominaisvektorit sekä kunkin ominaisarvon algebrallinen ja geometrinen kertaluku. Onko matriisi diagonalisoituva?

4. Ratkaise alkuarvotehtävä

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = 5x_1 + 4x_2 + e^{2t} \\ \dot{x}_2 = -2x_1 - x_2 + t \\ x_1(0) = 2, \quad x_2(0) = -1 \end{cases}$$