[>

Teht. 4

Muuttujien erottelu

```
> u:=’u’:n:=’n’;  # Varmuuden vuoksi
  osdy:=a^2*diff(u(x,t),x$2)=diff(u(x,t),t):eval(subs(u(x,t)=X(
  x)*T(t), osdy)): #Jaetaan puolittain (a^2*X(x)*T(t)):llä:
  separoitu:=simplify("/(a^2*X(x)*T(t))):xyht:=lhs(separoitu)=-
  p^2:   # Vasen puoli = vakio (negat)
  tyht:=rhs(separoitu)=-p^2:   # Oikea puoli = sama vakio
  xyht:=xyht*X(x):  tyht:=a^2*tyht*T(t): # Kerrotaan nimittäjät
  pois
  xx:=rhs(dsolve(xyht,X(x))):dsolve(tyht,T(t)): tt:=rhs("):

  tt:=subs(_C1=1,tt):   # (Vakio kertaa vakio) yhdistetään
  yhdeksi vakioksi.
                         # Katso, onko _C1 vai _C2, dsolve voi
  vaihdella
                         # järjestystä.
   # RE1 => ... RE2 => ..., sijoita nämä suoraan (Tässä ei ole
  mieltä "solvata")
  # sin:n 0-kohdat ovat Pi:n monikertoja, kuten tiedetään.
  xx:=subs({_C1=0,_C2=Bn,p=n*Pi/l},xx):
  tt:=subs(p=n*Pi/l,tt);uu:=xx*tt;
```

$$n := n$$

$$tt := \mathbf{e}^{\left(-\frac{a^2 n^2 \pi^2 t}{l^2}\right)}$$

$$uu := Bn \sin\left(\frac{n \pi x}{l}\right) \mathbf{e}^{\left(-\frac{a^2 n^2 \pi^2 t}{l^2}\right)}$$

Sinisarjaksi:

```
> #Bn:=simplify((2/l)*int(F*sin(n*Pi*x/l),x=0..l)); # Tässä f
  on alkuarvofunktio
                                                    # Sijoita se
  F:n paikalle.
> Bn:=simplify((2/l)*(int(50*x*sin(n*Pi*x/l),x=0..1)+int((10
  0-50*x)*sin(n*Pi*x/l),x=1..2)));
```

$$Bn := -200\,\frac{l\sin\left(\frac{n\pi}{l}\right)\left(-1+\cos\left(\frac{n\pi}{l}\right)\right)}{n^2\pi^2}$$

```
> Bn:=simplify(subs(l=2,Bn));
```

$$Bn := -400\,\frac{\sin\left(\frac{1}{2}n\pi\right)\left(-1+\cos\left(\frac{1}{2}n\pi\right)\right)}{n^2\pi^2}$$

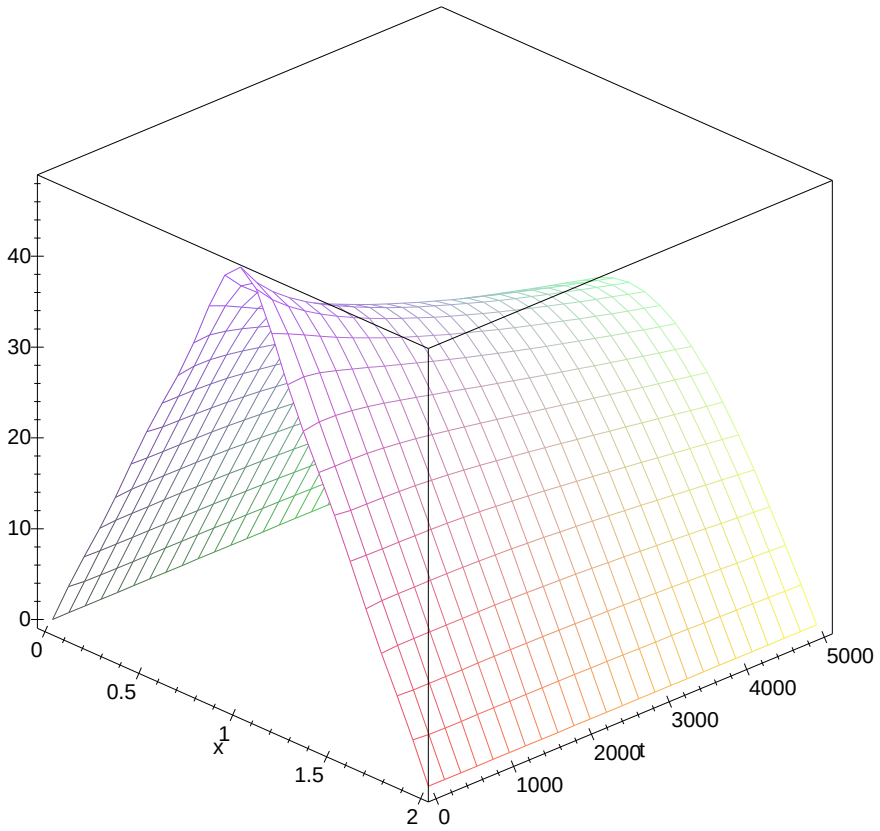
```
> summa:=add(uu,n=1..10);
```

$$summa := 400\,\frac{\sin\left(\frac{\pi x}{l}\right)\mathbf{e}^{\left(-\frac{a^2\pi^2 t}{l^2}\right)}}{\pi^2} - \frac{400}{9}\,\frac{\sin\left(3\frac{\pi x}{l}\right)\mathbf{e}^{\left(-9\frac{a^2\pi^2 t}{l^2}\right)}}{\pi^2} + 16\,\frac{\sin\left(5\frac{\pi x}{l}\right)\mathbf{e}^{\left(-25\frac{a^2\pi^2 t}{l^2}\right)}}{\pi^2} - \frac{400}{49}\,\frac{\sin\left(7\frac{\pi x}{l}\right)\mathbf{e}^{\left(-49\frac{a^2\pi^2 t}{l^2}\right)}}{\pi^2} + \frac{400}{81}\,\frac{\sin\left(9\frac{\pi x}{l}\right)\mathbf{e}^{\left(-81\frac{a^2\pi^2 t}{l^2}\right)}}{\pi^2}$$

```
> summa:=subs(a=sqrt(2.9*10^(-5)),l=2,summa);
```

$$summa := 400\,\frac{\sin\left(\frac{1}{2}\pi x\right)\mathbf{e}^{(-.7250000000\,10^{-5}\pi^2 t)}}{\pi^2} - \frac{400}{9}\,\frac{\sin\left(\frac{3}{2}\pi x\right)\mathbf{e}^{(-.00006525000000\,\pi^2 t)}}{\pi^2} + 16\,\frac{\sin\left(\frac{5}{2}\pi x\right)\mathbf{e}^{(-.0001812500000\,\pi^2 t)}}{\pi^2} - \frac{400}{49}\,\frac{\sin\left(\frac{7}{2}\pi x\right)\mathbf{e}^{(-.0003552500000\,\pi^2 t)}}{\pi^2} + \frac{400}{81}\,\frac{\sin\left(\frac{9}{2}\pi x\right)\mathbf{e}^{(-.0005872500000\,\pi^2 t)}}{\pi^2}$$

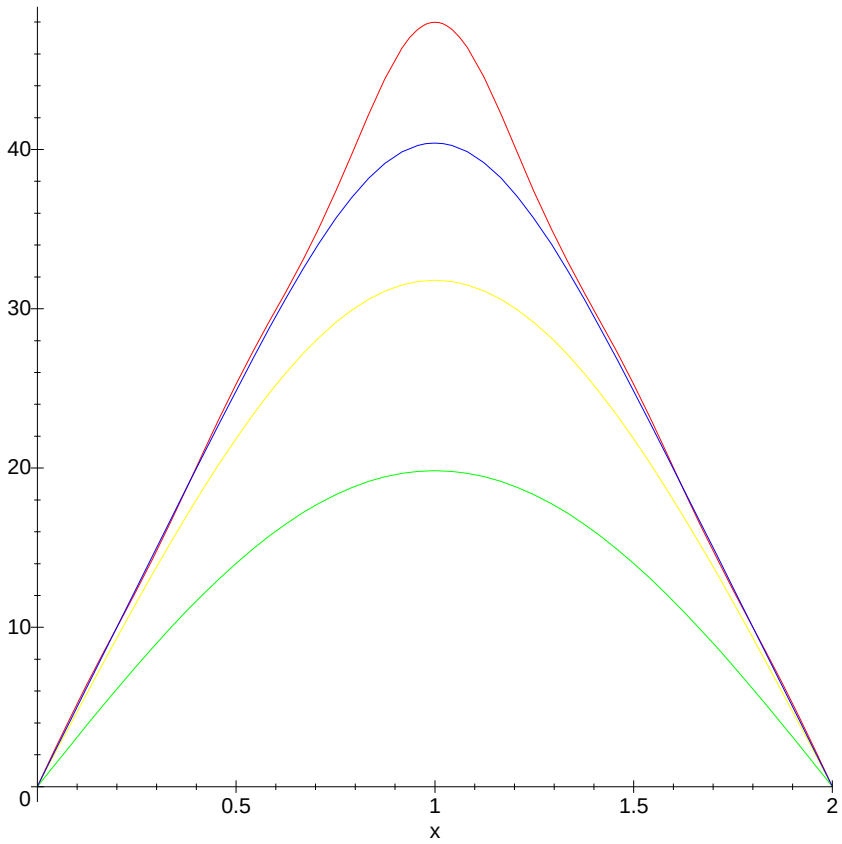
```
>
> plot3d(summa,x=0..2,t=0..5000,axes=boxed);
```




```
> ufun:=unapply(summa,x,t);
```

$$ufun := (x, t) \to 400 \frac{\sin\left(\frac{1}{2}\pi x\right) \mathbf{e}^{(-.7250000000\ 10^{-5}\pi^2 t)}}{\pi^2} - \frac{400}{9} \frac{\sin\left(\frac{3}{2}\pi x\right) \mathbf{e}^{(-.00006525000000\pi^2 t)}}{\pi^2}$$
$$+ 16 \frac{\sin\left(\frac{5}{2}\pi x\right) \mathbf{e}^{(-.0001812500000\pi^2 t)}}{\pi^2} - \frac{400}{49} \frac{\sin\left(\frac{7}{2}\pi x\right) \mathbf{e}^{(-.0003552500000\pi^2 t)}}{\pi^2}$$
$$+ \frac{400}{81} \frac{\sin\left(\frac{9}{2}\pi x\right) \mathbf{e}^{(-.0005872500000\pi^2 t)}}{\pi^2}$$

```
> plot({seq(ufun(x,t),t=[0,1000,3600,10000])},x=0..2);
> unapply(x^2,x);
```


40
30
20
10
0
0.5
1
1.5
2
x

>
>
>