```
>
```

Harj. 12, av, teht. 2

```
> with(linalg):
> A:=band([1,-4,1],3);
```

$$A := \begin{bmatrix} -4 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & -4 \end{bmatrix}$$

```
> b:=vector([0,0,-100]):
> u:=linsolve(A,b);
```

$$u := \left[\frac{25}{14}, \frac{50}{7}, \frac{375}{14}\right]$$

```
> evalf(op(u));
```

$$[1.785714286, 7.142857143, 26.78571429]$$

```
>
```

Teht. 3

Nelio diskretoidaan 3 osavaliin kummassakin suunnassa. n=3, p=n-1 =sisasolmujen lkm

```
> n:=3:p:=n-1:u:='u':
> for k from 1 to p do
>    for j from 1 to p do
>      yht[j,k]:=-4*u[j,k]+u[j+1,k]+u[j,k+1]+u[j-1,k]+u[j,k-1]=0
  od;od;
> yht[1,1];yht[2,1];yht[1,2];yht[2,2];
```

$$-4\, u_{1,1} + u_{2,1} + u_{1,2} + u_{0,1} + u_{1,0} = 0$$

$$-4\, u_{2,1} + u_{3,1} + u_{2,2} + u_{1,1} + u_{2,0} = 0$$

$$-4\, u_{1,2} + u_{2,2} + u_{1,3} + u_{0,2} + u_{1,1} = 0$$

$$-4\, u_{2,2} + u_{3,2} + u_{2,3} + u_{1,2} + u_{2,1} = 0$$

```
> vasen:=100:oikea:=100:ala:=100:yla:=0:
> u[0,1]:=vasen:u[0,2]:=vasen:u[1,0]:=ala:u[2,0]:=ala:
> u[1,3]:=yla:u[2,3]:=yla:u[3,2]:=oikea:u[3,1]:=oikea:
> vasen:=100:ala:=100:yla:=0:oikea:=100:
> for k from 1 to p do
>    for j from 1 to p do
>      yht[j,k]:=-4*u[j,k]+u[j+1,k]+u[j,k+1]+u[j-1,k]+u[j,k-1]=0
  od;od;
> yht[1,1];yht[2,1];yht[1,2];yht[2,2];
```

$$-4\, u_{1,1} + u_{2,1} + u_{1,2} + 200 = 0$$

$$-4\,u_{2,1} + 200 + u_{2,2} + u_{1,1} = 0$$

$$-4\,u_{1,2} + u_{2,2} + 100 + u_{1,1} = 0$$

$$-4\,u_{2,2} + 100 + u_{1,2} + u_{2,1} = 0$$

```
> ratk:=solve({yht[1,1],yht[2,1],yht[1,2],yht[2,2]},{u[1,1],u[2,1
  ],u[1,2],u[2,2]});
```

$$ratk := \{\,u_{2,2} = \frac{125}{2},\ u_{2,1} = \frac{175}{2},\ u_{1,1} = \frac{175}{2},\ u_{1,2} = \frac{125}{2}\,\}$$

```
> map(evalf,");
```

$$\{\,u_{2,2} = 62.50000000,\ u_{2,1} = 87.50000000,\ u_{1,1} = 87.50000000,\ u_{1,2} = 62.50000000\,\}$$

Homma on valmis. Katsotaan kuitenkin vielä, miten systeemin matriisi saadaan ja ratkaistaan uudestaan
linsolvella.
Otetaan havainnollisuuden vuoksi uudet muuttujannimet:
Tassa naytetaan vain yy4, mutta muut: yy1,...,yy3 tehdaan samoin.

```
> yy4:=subs(u[1,1]=x,u[2,1]=y,u[1,2]=z,u[2,2]=w,yht[2,2]);
```

$$yy4 := -4\,w + 100 + z + y = 0$$

```
> yy1;yy2;yy3;yy4;
```

$$-4\,x + y + z + 200 = 0$$

$$-4\,y + 200 + w + x = 0$$

$$-4\,z + w + 100 + x = 0$$

$$-4\,w + 100 + z + y = 0$$

```
> A:=matrix(4,4,[-4,1,1,0,1,-4,0,1,1,0,-4,1,0,1,1,-4]);
```

$$A := \begin{bmatrix} -4 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -4 \end{bmatrix}$$

```
> b:=vector([-200,-200,-100,-100]):
> linsolve(A,b);
```

$$\left[\frac{175}{2}, \frac{175}{2}, \frac{125}{2}, \frac{125}{2}\right]$$

```
> evalf(");
```

$$[\,87.50000000,\ 87.50000000,\ 62.50000000,\ 62.50000000\,]$$

```
>
```

b)

```
> vasen:=0:oikea:=0:ala:=0:yla[1]:=sin(Pi/3):yla[2]:=sin(2*Pi/3):
> u[0,1]:=vasen:u[0,2]:=vasen:u[1,0]:=ala:u[2,0]:=ala:
> u[1,3]:=yla[1]:u[2,3]:=yla[2]:u[3,2]:=oikea:u[3,1]:=oikea:
```

```
> for k from 1 to p do
>    for j from 1 to p do
>      yht[j,k]:=-4*u[j,k]+u[j+1,k]+u[j,k+1]+u[j-1,k]+u[j,k-1]=0
  od;od;
> yht[1,1];yht[2,1];yht[1,2];yht[2,2];
>
>
```

$$-4\,u_{1,1}+u_{2,1}+u_{1,2}=0$$

$$-4\,u_{2,1}+u_{2,2}+u_{1,1}=0$$

$$-4\,u_{1,2}+u_{2,2}+\frac{1}{2}\sqrt{3}+u_{1,1}=0$$

$$-4\,u_{2,2}+\frac{1}{2}\sqrt{3}+u_{1,2}+u_{2,1}=0$$

```
> ratk:=solve({yht[1,1],yht[2,1],yht[1,2],yht[2,2]},{u[1,1],u[2,1
  ],u[1,2],u[2,2]});
```

$$ratk := \{\, u_{2,1}=\frac{1}{16}\sqrt{3},\, u_{2,2}=\frac{3}{16}\sqrt{3},\, u_{1,1}=\frac{1}{16}\sqrt{3},\, u_{1,2}=\frac{3}{16}\sqrt{3}\,\}$$

```
> evalf(ratk);
```

$$\{\, u_{2,2}=.3247595265,\, u_{1,1}=.1082531755,\, u_{1,2}=.3247595265,\, u_{2,1}=.1082531755\,\}$$

```
>
```