

Mat-1.414 Matematiikan peruskurssi V2 kevät 2001

<http://www.math.hut.fi/teaching/v/3/H/>

Laskuharjoitus 11 AV (viikko 15 , 11.4.01)

Harjoitus 11 LV on sitten pääsiäisen jälkeen, mutta AV on ennen pääsiäistä.

Tutorointia jatketaan, seuraava sessio: pe 6.4. klo 10 – 12. salissa U345, tavalliseen tapaan.

1. Laske kappaleen tilavuus, jota rajoittavat yläpuolelta pinta $z = xy^2 + y^3$ ja alapuolelta xy -tason suorakulmio $R = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 2, 1 \leq y \leq 3\}$
2. Laske integraali

$$\int_D (xy + y^2) dA,$$

missä $D = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x\}$
sekä “x-simppelisti” että “y-simppelisti”:

3. (a) Laske

$$\int_K xy dA,$$

missä K on kolmio, jonka kärjet ovat $(1, -1), (-2, 2), (4, 5)$.

Vast: $37\frac{1}{8}$

(b) Laske nollajatkon $\hat{f} = f\chi_K$ yläsumma U_P ja alasumma L_P , kun kolmio ympäröidään suorakulmiolla R , joka kulkee kolmion kärkien kautta, ja jaossa P jaetaan R kummassakin suunnassa 3:een yhtäsuureen osaan

4. Laske $\int \int_D \ln x dA$, missä D on suoran $2x + 2y = 5$ ja hyperbelin $xy = 1$ rajoittama alue.

5. (a) Laske integraali

$$\int_0^4 dy \int_{y/2}^{\sqrt{y}} e^{y/x} dx$$

vaihtamalla integroimisjärjestystä.

- (b) Määritä rajat, kun integraalissa

$$\int_0^4 \left(\int_{\sqrt{y}}^4 f(x, y) dx \right) dy$$

vaihdetaan integrointijärjestys.

6. Määritä paraboloidien $z = x^2 + y^2$ ja $3z = 4 - x^2 - y^2$ rajoittaman kappaleen tilavuus. Piirrä myös kuva. Kannattaa käyttää napakoordinaatteja. Muista: Napakoordinaateissa “pinta-alkio” $dA = r dr d\Theta$.